Метод равносильных переходов в неравенствах.

Неравенства с модулем.

Исходное выражение	Выражение того же знака	Дополнительные условия
$\lvert A\rvert - \lvert B\rvert$	$A^2 - B^2$	
$\lvert A\rvert - B$	$A^2 - B^2$	$B \geq 0$

1. $\frac{|x-4|-|x+5|}{x+4} < 0.$
2. $\frac{\sqrt{x^2-5x+6}}{|x+1|-|2x-3|} \leq 0.$
3. $\frac{|x-5|-2x-1}{x^2-9} \geq 0.$

Иррациональные неравенства.

Исходное выражение	Выражение того же знака	Дополнительные условия
$\sqrt{A} - \sqrt{B}$	$A - B$	ОДЗ: $A, B \geq 0$
$\sqrt{A} - B$	$A - B^2$	$(\text{ОДЗ}: A \geq 0) + (B \geq 0)$

1. $\frac{\sqrt{x+5}-\sqrt{4-x}}{x^2-3x+2} > 0.$ 2. $\frac{\sqrt{4x+1}-\sqrt{7-5x}}{|2x+1|-|3x-5|} \leq 0.$ 3. $\frac{\sqrt{3-x}-x-5}{|x+2|-|2x+3|} \leq 0.$ 4. $\frac{\sqrt{x+4}-x-2}{|x^2-6x+8|} > 0.$ 5. $\frac{\sqrt{-x^2+2x+8}}{|x^2-7x+6|-|x^2-x-2|} \geq 0.$	6. $\frac{1}{\sqrt{3-x}} > \frac{1}{x-2}.$ 7. $\frac{26-3x+\sqrt{-x^2+2x+8}}{x-10} < -1.$ 8. $\frac{\sqrt{56-x-x^2}-x-7}{|2x^2-x-4|-|x^2-2x-2|} \leq 0.$ 9. $\frac{\sqrt{3x^3-22x^2+40x}}{x-4} < 3x-10.$ 10. $\frac{13-3x+\sqrt{x^2-x-6}}{5-x} > 1.$ 11. $\frac{\sqrt{2x^3-22x^2+60x}}{x-6} \geq 2x-10.$

Показательные неравенства.

Исходное выражение	Выражение того же знака	Дополнительные условия
$a^{f(x)} - a^{g(x)}$	$(a-1)(f(x)-g(x))$	
$a(x)^{f(x)} - a(x)^{g(x)}$	$(a(x)-1)(f(x)-g(x))$	ОДЗ: $a(x) > 0$

1. $\frac{(3^x-1)\left(2^{x^2}-16\right)}{x^2+x-2} \geq 0.$ 2. $\frac{7}{9^x-2} \geq \frac{2}{3^x-1}.$

3. $(2^x + 0{,}09 \cdot 2^{-x})^{\frac{1}{2x}} \geq (2^x + 0{,}09 \cdot 2^{-x})^{\frac{1}{1-x}}.$

Логарифмические неравенства.

Исходное выражение	Выражение того же знака	Дополнительные условия
$log_a f(x) - log_a g(x)$	$(a-1)(f(x)-g(x))$	$f(x) > 0;$ $g(x) > 0$
$log_{a(x)} f(x) - log_{a(x)} g(x)$	$(a(x)-1)(f(x)-g(x))$	ОДЗ: $a(x) > 0;$ $f(x) > 0;$ $g(x) > 0$

1. $\frac{log_3\left(x+\frac{4}{5}\right)}{log_7\left(x^2-2x+\frac{7}{16}\right)} < 0.$ 2. $\frac{(log_3(10x+3))\cdot(log_3(3x+10))}{(log_3 10x)\cdot log_3 x} \geq 0$ 3. $\frac{log_{5x-7}(x+12)}{log_{5x-7}(x^2)} < 1.$ 4. $\frac{log_3(3^x-1)}{x-1} \geq 1.$ 5. $\frac{log_{\frac{1}{3}}\sqrt{x+3}}{log_{\frac{1}{3}}(x+1)} < 1.$	6. $\frac{log_{\frac{1}{3}}\left(\frac{1}{x^7}\right)+2}{log_9 x^6} \geq \frac{5}{log_x 3} + 2.$ 7. $log_{\lvert 3x-3\rvert}(25^x - 9^x) < log_{\lvert 3x-3\rvert}(5^x + 3^x) + log_{\lvert 3x-3\rvert}(5^{x-1} + 3^{x-1}).$ 8. $log_{(10-x^2)}\left(\frac{16x}{5} - x^2\right) < 1.$ 9. $log_{\left(x^2-\frac{3x}{2}\right)}(3 - 2^{\mathrm{x}}) > 0.$ 10. $log_{\left\lvert x-\frac{7}{4}\right\rvert}\left(\log_{\frac{1}{2}}\mathrm{x}\right) \leq 0.$ 11. $log_2(5 - \mathrm{x}) \cdot log_{(x+1)}\frac{1}{8} \geq -6.$

12. $log_{\frac{25-x^2}{16}}\left(\frac{24-2\mathrm{x}-\mathrm{x}^2}{14}\right) > 1.$

13. $log_{(-4x^2+12x-8)}|4\mathrm{x}-5| > 0.$

14. $log_{|x|}\left(\sqrt{9-\mathrm{x}^2}-\mathrm{x}-1\right) \geq 1.$

15. $\frac{log_{0,2}\frac{1}{2x-1}+log_5(2-x)}{log_5(2x-1)+log_{0,2}\frac{1}{3-2x}} \geq 0.$

16. $\frac{log_{2x-3}^2\frac{1}{3x-5}+log_{2x-3}\left(9x^2-30x+25\right)+7}{2log_{2x-3}(6x^2-19x+15)-1} \leq 3.$