

Метод равносильных переходов в неравенствах.

Неравенства с модулем.

Исходное выражение	Выражение того же знака	Дополнительные условия
$ A - B $	$A^2 - B^2$	
$ A - B$	$A^2 - B^2$	$B \geq 0$

$$1. \frac{|x-4| - |x+5|}{x+4} < 0.$$

$$2. \frac{\sqrt{x^2-5x+6}}{|x+1| - |2x-3|} \leq 0.$$

$$3. \frac{|x-5| - 2x-1}{x^2-9} \geq 0.$$

Иррациональные неравенства.

Исходное выражение	Выражение того же знака	Дополнительные условия
$\sqrt{A} - \sqrt{B}$	$A - B$	ОДЗ: $A, B \geq 0$
$\sqrt{A} - B$	$A - B^2$	(ОДЗ: $A \geq 0$) + ($B \geq 0$)

1. $\frac{\sqrt{x+5} - \sqrt{4-x}}{x^2-3x+2} > 0.$	6. $\frac{1}{\sqrt{3-x}} > \frac{1}{x-2}.$
2. $\frac{\sqrt{4x+1} - \sqrt{7-5x}}{ 2x+1 - 3x-5 } \leq 0.$	7. $\frac{26-3x+\sqrt{-x^2+2x+8}}{x-10} < -1.$
3. $\frac{\sqrt{3-x}-x-5}{ x+2 - 2x+3 } \leq 0.$	8. $\frac{\sqrt{56-x-x^2}-x-7}{ 2x^2-x-4 - x^2-2x-2 } \leq 0.$
4. $\frac{\sqrt{x+4}-x-2}{ x^2-6x+8 } > 0.$	9. $\frac{\sqrt{3x^3-22x^2+40x}}{x-4} < 3x-10.$
5. $\frac{\sqrt{-x^2+2x+8}}{ x^2-7x+6 - x^2-x-2 } \geq 0.$	10. $\frac{13-3x+\sqrt{x^2-x-6}}{5-x} > 1.$
	11. $\frac{\sqrt{2x^3-22x^2+60x}}{x-6} \geq 2x-10.$

Показательные неравенства.

Исходное выражение	Выражение того же знака	Дополнительные условия
$a^{f(x)} - a^{g(x)}$	$(a - 1)(f(x) - g(x))$	
$a(x)^{f(x)} - a(x)^{g(x)}$	$(a(x) - 1)(f(x) - g(x))$	ОДЗ: $a(x) > 0$

$$1. \frac{(3^x - 1)(2^{x^2 - 16})}{x^2 + x - 2} \geq 0. \quad 2. \frac{7}{9^x - 2} \geq \frac{2}{3^x - 1}.$$

$$3. (2^x + 0,09 \cdot 2^{-x})^{\frac{1}{2x}} \geq (2^x + 0,09 \cdot 2^{-x})^{\frac{1}{1-x}}.$$

Логарифмические неравенства.

Исходное выражение	Выражение того же знака	Дополнительные условия
$\log_a f(x) - \log_a g(x)$	$(a - 1)(f(x) - g(x))$	$f(x) > 0;$ $g(x) > 0$
$\log_{a(x)} f(x) - \log_{a(x)} g(x)$	$(a(x) - 1)(f(x) - g(x))$	ОДЗ: $a(x) > 0;$ $f(x) > 0;$ $g(x) > 0$

$$1. \frac{\log_3(x + \frac{4}{5})}{\log_7(x^2 - 2x + \frac{7}{16})} < 0.$$

$$2. \frac{(\log_3(10x+3)) \cdot (\log_3(3x+10))}{(\log_3 10x) \cdot \log_3 x} \geq 0$$

$$3. \frac{\log_{5^{x-7}}(x+12)}{\log_{5^{x-7}}(x^2)} < 1.$$

$$4. \frac{\log_3(3^x - 1)}{x - 1} \geq 1.$$

$$5. \frac{\log_{\frac{1}{3}} \sqrt{x+3}}{\log_{\frac{1}{3}}(x+1)} < 1.$$

$$6. \frac{\log_{\frac{1}{3}}(\frac{1}{x^7}) + 2}{\log_9 x^6} \geq \frac{5}{\log_x 3} + 2.$$

$$7. \log_{|3x-3|}(25^x - 9^x) < \log_{|3x-3|}(5^x + 3^x) + \log_{|3x-3|}(5^{x-1} + 3^{x-1}).$$

$$8. \log_{(10-x^2)} \left(\frac{16x}{5} - x^2 \right) < 1.$$

$$9. \log_{(x^2 - \frac{3x}{2})}(3 - 2^x) > 0.$$

$$10. \log_{|x - \frac{7}{4}|} \left(\log_{\frac{1}{2}} x \right) \leq 0.$$

$$11. \log_2(5 - x) \cdot \log_{(x+1)} \frac{1}{8} \geq -6.$$

--	--

12. $\log_{\frac{25-x^2}{16}} \left(\frac{24-2x-x^2}{14} \right) > 1.$

13. $\log_{(-4x^2+12x-8)} |4x-5| > 0.$

14. $\log_{|x|} (\sqrt{9-x^2} - x - 1) \geq 1.$

15. $\frac{\log_{0,2} \frac{1}{2x-1} + \log_5(2-x)}{\log_5(2x-1) + \log_{0,2} \frac{1}{3-2x}} \geq 0.$

16. $\frac{\log_{2x-3}^2 \frac{1}{3x-5} + \log_{2x-3}(9x^2-30x+25)+7}{2\log_{2x-3}(6x^2-19x+15)-1} \leq 3.$