

## Занятие № 2

1. Векторы  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  образуют угол  $\varphi=2\pi/3$ ; зная, что  $|\vec{a}|=3$ ,  $|\vec{b}|=4$ , вычислить: 1)  $\vec{a} \vec{b}$ ; 2)  $\vec{b}^2$ ; 3)  $(3\vec{a}-2\vec{b})(\vec{a}+2\vec{b})$ ; 4)  $(3\vec{a}+2\vec{b})^2$ .
2. Векторы  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  взаимно перпендикулярны; вектор  $\vec{c}$  образует с ними углы, равные  $\pi/3$ ; зная, что  $|\vec{a}|=3$ ,  $|\vec{b}|=5$ ,  $|\vec{c}|=8$ , вычислить: 1)  $(3\vec{a}-2\vec{b})(\vec{b}+3\vec{c})$ ; 2)  $(\vec{a}+2\vec{b}-3\vec{c})^2$ .
3. Даны единичные векторы  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ , удовлетворяющие условию  $\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=\vec{0}$ .  
вычислить  $\vec{a}\vec{b}+\vec{b}\vec{c}+\vec{a}\vec{c}$ .
4. Дано  $|\vec{a}|=3$ ,  $|\vec{b}|=5$ . Определить, при каком значении  $\alpha$  векторы  $\vec{a}+\alpha\vec{b}, \vec{a}-\alpha\vec{b}$  будут взаимно перпендикулярны.
5. Векторы  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  образуют угол  $\varphi=\pi/6$ ; зная, что  $|\vec{a}|=\sqrt{3}$ ,  $|\vec{b}|=1$ , вычислить угол  $\alpha$  между векторами  $\vec{p}=\vec{a}+\vec{b}$  и  $\vec{q}=\vec{a}-\vec{b}$ .
6. Даны векторы  $\vec{a}=\{4; -2; -4\}$  и  $\vec{b}=\{6; -3; 2\}$ . Вычислить: 1)  $\vec{a} \vec{b}$ ; 2)  $\sqrt{\vec{b}^2}$ ; 3)  $(2\vec{a}-3\vec{b})(\vec{a}+2\vec{b})$ .
7. Даны вершины четырехугольника A(1; -2; 2), B(1; 4; 0), C(-4; 1; 1) и D(-5; -5; 3). Доказать, что диагонали AC и BD взаимно перпендикулярны.
8. Вычислить косинус угла, образованного векторами  $\vec{a}=\{2; -4; 4\}$  и  $\vec{b}=\{-3; 2; 6\}$ .
9. Даны вершины треугольника A(-1; -2; 4), B(-4; -2; 0), C(3; -2; 1). Определить его внутренний угол при вершине B.
10. Вектор  $\vec{x}$ , коллинеарный вектору  $\vec{a}=\{6; -8; -7,5\}$ , образует острый угол с осью Oz. Зная, что  $|\vec{x}|=50$ , найти его координаты.
11. Вектор  $\vec{x}$ , перпендикулярный к векторам  $\vec{a}=3\vec{i}+2\vec{j}+2\vec{k}$  и  $\vec{b}=18\vec{i}-22\vec{j}-5\vec{k}$ , образует с осью Oy тупой угол. Найти его координаты, зная, что  $|\vec{x}|=14$ .
12. Даны два вектора  $\vec{a}=\{3; -1; 5\}$  и  $\vec{b}=\{1; 2; -3\}$ . Найти вектор  $\vec{x}$  при условии, что он перпендикулярен к оси Oz и удовлетворяет условиям:  $\vec{x} \cdot \vec{a}=9$ ,  $\vec{x} \cdot \vec{b}=-4$ .
13. Даны две точки A(3; -4; -2), B(2; 5; -2). Найти проекцию вектора  $\vec{AB}$  на ось, составляющую с координатными осями Ox, Oy углы  $\alpha=60^\circ$ ,  $\beta=120^\circ$ , а с осью Oz – тупой угол  $\gamma$ .
14. Вычислить проекцию вектора  $\vec{a}=\{5; 2; 5\}$  на ось вектора  $\vec{b}=\{2; -1; 2\}$ .
15. Даны три вектора  $\vec{a}=3\vec{i}-6\vec{j}-\vec{k}$ ,  $\vec{b}=\vec{i}+4\vec{j}-5\vec{k}$ ,  $\vec{c}=3\vec{i}-4\vec{j}+12\vec{k}$ . Вычислить  $pr_{\vec{c}}(\vec{a}+\vec{b})$ .
16. Даны три вектора  $\vec{a}=\{1; -3; 4\}$ ,  $\vec{b}=\{3; -4; 2\}$ ,  $\vec{c}=\{-1; 1; 4\}$ . Вычислить  $pr_{\vec{b}+\vec{c}}\vec{a}$ .