

# Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

21 апреля 2017 года

Вариант МА10711

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО \_\_\_\_\_ класс \_\_\_\_\_

## Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

***Желаем успеха!***

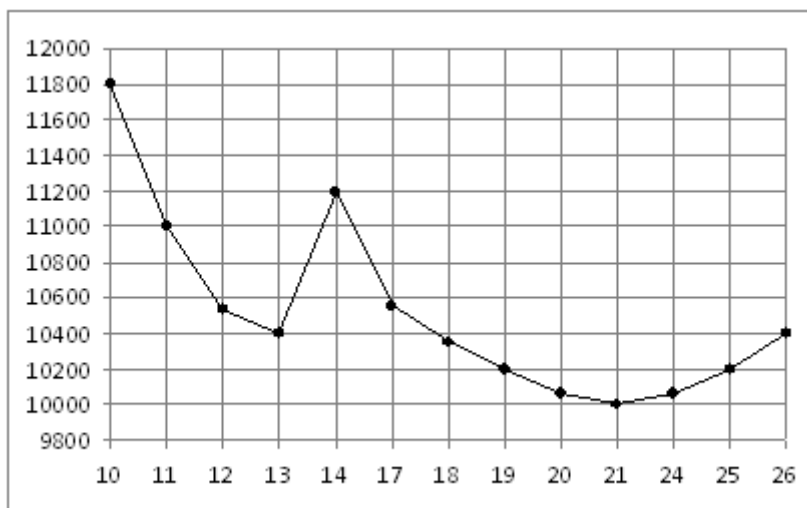
## Часть 1

*Ответом к каждому из заданий 1–12 является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.*

- 1 Бегун пробежал 180 м за 24 секунды. Найдите среднюю скорость бегуна на дистанции. Ответ дайте в километрах в час.

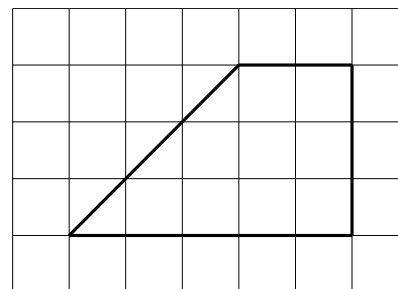
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2 На рисунке жирными точками показана цена никеля на момент закрытия биржевых торгов во все рабочие дни с 10 по 26 ноября 2008 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена тонны никеля в долларах США. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку наименьшую цену никеля на момент закрытия торгов в период с 11 по 17 ноября (в долларах США за тонну).



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3 На клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \times 1$  изображена трапеция. Найдите длину средней линии этой трапеции.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 4 При изготовлении подшипников диаметром 61 мм вероятность того, что диаметр будет отличаться от 61 мм не больше чем на 0,01 мм, равна 0,972. Найдите вероятность того, что случайно выбранный подшипник будет иметь диаметр менее 60,99 мм или более 61,01 мм.

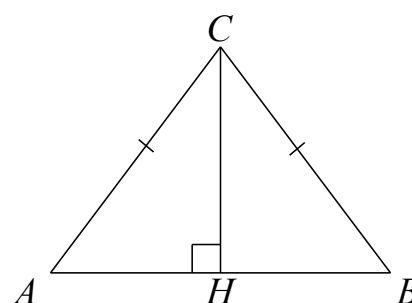
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5 Найдите корень уравнения  $\sqrt[5]{x-3} = -2$ .

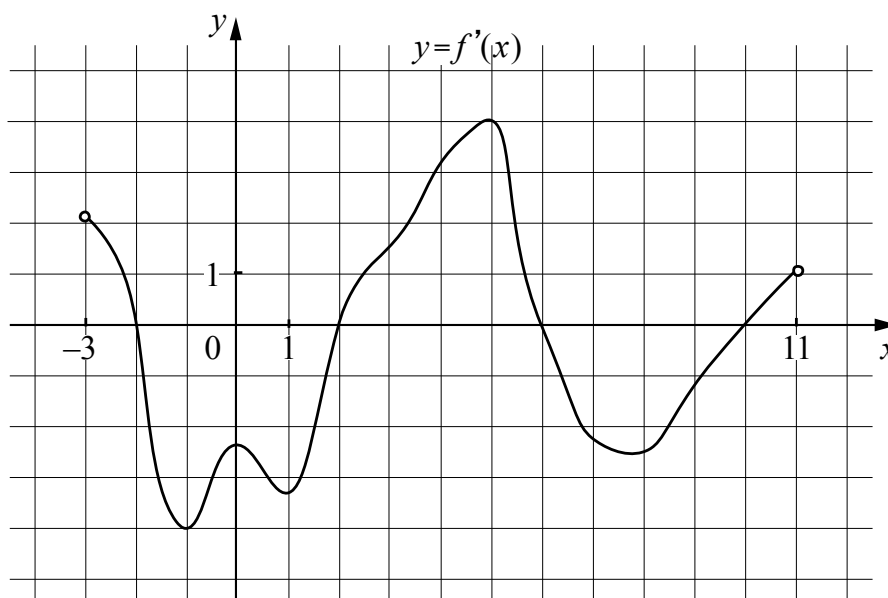
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 6 В равнобедренном треугольнике  $ABC$  с основанием  $AB$  боковая сторона равна 10 и  $\cos A = 0,6$ . Найдите длину основания  $AB$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.



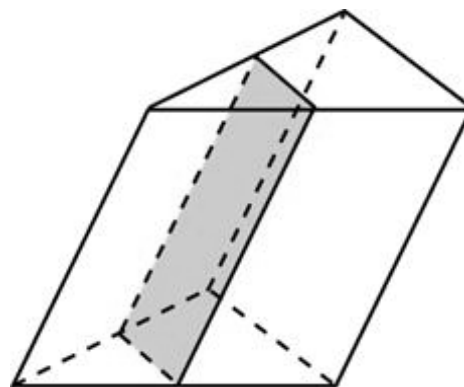
- 7 На рисунке изображён график функции  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-3; 11)$ . Найдите точку минимума функции  $f(x)$  на промежутке  $(-3; 9)$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 8 Площадь боковой поверхности треугольной призмы равна 12. Через среднюю линию основания призмы проведена плоскость, параллельная боковому ребру. Найдите площадь боковой поверхности отсечённой треугольной призмы.

Ответ: \_\_\_\_\_.



### Часть 2

- 9 Найдите значение выражения  $\frac{36 \sin 102^\circ \cdot \cos 102^\circ}{\sin 204^\circ}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 10 Независимое агентство намерено ввести рейтинг новостных изданий на основе показателей информативности  $In$ , оперативности  $Op$  и объективности  $Tr$  публикаций. Каждый отдельный показатель — целое число от 0 до 5.

Составители рейтинга считают, что информативность публикаций ценится вдвое, а объективность — втрое выше, чем оперативность. Таким образом, формула принимает вид

$$R = \frac{2In + Op + 3Tr}{A}.$$

Найдите, каким должно быть число  $A$ , чтобы издание, у которого все показатели максимальны, получило рейтинг 1.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 11 Два мотоциклиста стартуют одновременно в одном направлении из двух диаметрально противоположных точек круговой трассы, длина которой равна 19 км. Через сколько минут мотоциклисты поравняются в первый раз, если скорость одного из них на 15 км/ч больше скорости другого?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 12 Найдите точку максимума функции  $y = (2x^2 - 32x + 32)e^{7-x}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

*Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.*

13 а) Решите уравнение  $\frac{1}{\sin^2 x} + \frac{1}{\cos\left(\frac{7\pi}{2} + x\right)} = 2$ .

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right]$ .

14 В основании пирамиды  $SABCD$  лежит прямоугольник  $ABCD$  со стороной  $AB = 4$  и диагональю  $BD = 7$ . Все боковые рёбра пирамиды равны 4. На диагонали  $BD$  основания  $ABCD$  отмечена точка  $E$ , а на ребре  $AS$  — точка  $F$  так, что  $SF = BE = 3$ .

а) Докажите, что плоскость  $CEF$  параллельна ребру  $SB$ .

б) Плоскость  $CEF$  пересекает ребро  $SD$  в точке  $Q$ . Найдите расстояние от точки  $Q$  до плоскости  $ABC$ .

15 Решите неравенство  $\frac{\log_2(8x) \cdot \log_3(27x)}{x^2 - |x|} \leq 0$ .

16 Прямая, проходящая через середину  $M$  гипотенузы  $AB$  прямоугольного треугольника  $ABC$ , перпендикулярна  $CM$  и пересекает катет  $AC$  в точке  $K$ . При этом  $AK : KC = 1 : 2$ .

а) Докажите, что  $\angle BAC = 30^\circ$ .

б) Пусть прямые  $MK$  и  $BC$  пересекаются в точке  $P$ , а прямые  $AP$  и  $BK$  — в точке  $Q$ . Найдите  $KQ$ , если  $BC = \sqrt{21}$ .

**17** В июле планируется взять кредит в банке на сумму 7 млн рублей на срок 10 лет. Условия возврата таковы:

— каждый январь долг возрастает на  $r\%$  по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь необходимо выплатить часть долга так, чтобы на начало июля каждого года долг уменьшался на одну и ту же сумму по сравнению с предыдущим июлем.

Найдите наименьшую возможную ставку  $r$ , если известно, что последний платёж будет не менее 0,819 млн рублей.

**18** Найдите все значения  $a$ , для каждого из которых уравнение  $4^x + (a - 6)2^x = (2 + 3|a|)2^x + (a - 6)(3|a| + 2)$  имеет единственное решение.

**19** Известно, что  $a$ ,  $b$ ,  $c$  и  $d$  — попарно различные положительные двузначные числа.

а) Может ли выполняться равенство  $\frac{a+c}{b+d} = \frac{8}{25}$ ?

б) Может ли дробь  $\frac{a+c}{b+d}$  быть в 11 раз меньше, чем значение выражения

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d}?$$

в) Какое наименьшее значение может принимать дробь  $\frac{a+c}{b+d}$ , если  $a > 5b$  и  $c > 6d$ ?

# Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

21 апреля 2017 года

Вариант МА10712

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО \_\_\_\_\_ класс \_\_\_\_\_

## Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

*Желаем успеха!*

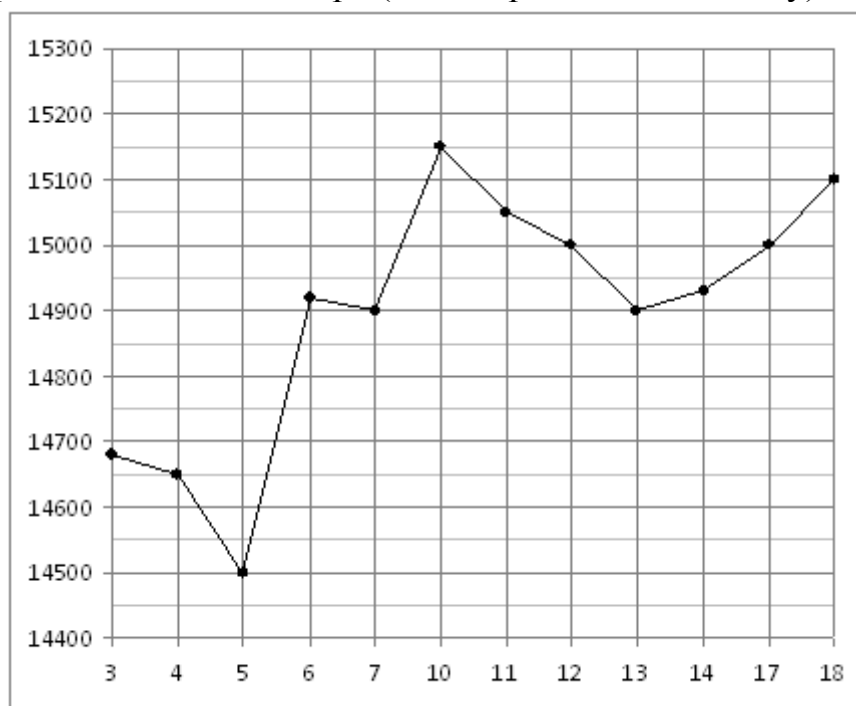
**Часть 1**

**Ответом к каждому из заданий 1–12 является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.**

- 1** Бегун пробежал 400 м за 50 секунд. Найдите среднюю скорость бегуна на дистанции. Ответ дайте в километрах в час.

Ответ: \_\_\_\_\_.

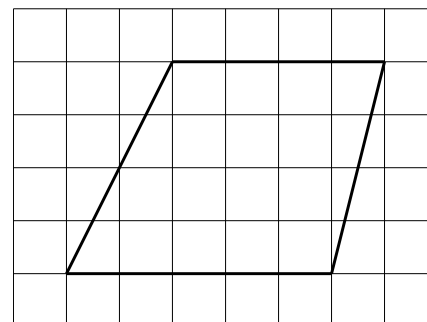
- 2** На рисунке жирными точками показана цена олова на момент закрытия биржевых торгов во все рабочие дни с 3 по 18 сентября 2007 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена тонны олова в долларах США. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку наименьшую цену олова на момент закрытия торгов в период с 6 по 17 сентября (в долларах США за тонну).



Ответ: \_\_\_\_\_.



- 3** На клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \times 1$  изображена трапеция. Найдите длину средней линии этой трапеции.



Ответ: \_\_\_\_\_.

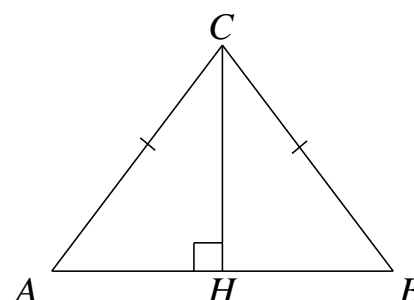
- 4** При изготовлении подшипников диаметром 65 мм вероятность того, что диаметр будет отличаться от 65 мм не больше чем на 0,01 мм, равна 0,964. Найдите вероятность того, что случайно выбранный подшипник будет иметь диаметр менее 64,99 мм или более 65,01 мм.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5** Найдите корень уравнения  $\sqrt[3]{x+2} = 4$ .

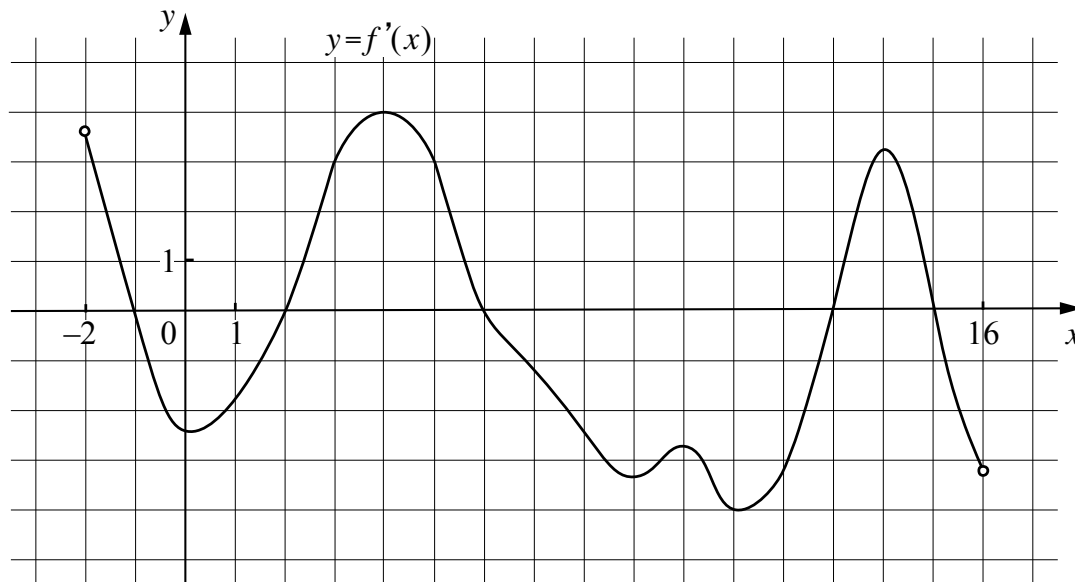
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 6** В равнобедренном треугольнике  $ABC$  с основанием  $AB$  боковая сторона равна 15 и  $\cos A = 0,6$ . Найдите длину основания  $AB$ .



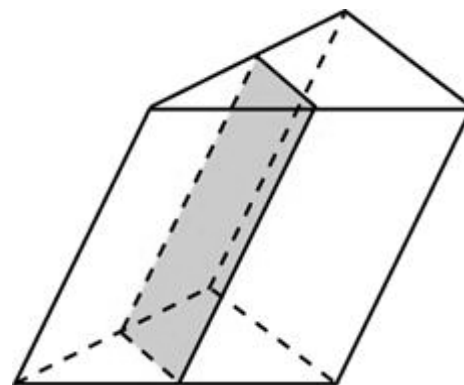
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 7** На рисунке изображён график функции  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-2; 16)$ . Найдите точку минимума функции  $f(x)$  на промежутке  $(-2; 12)$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 8** Площадь боковой поверхности треугольной призмы равна 50. Через среднюю линию основания призмы проведена плоскость, параллельная боковому ребру. Найдите площадь боковой поверхности отсечённой треугольной призмы.



Ответ: \_\_\_\_\_.

**Часть 2**

**9** Найдите значение выражения  $\frac{42 \sin 28^\circ \cos 28^\circ}{\sin 56^\circ}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**10** Независимое агентство намерено ввести рейтинг новостных изданий на основе показателей информативности  $In$ , оперативности  $Op$  и объективности  $Tr$  публикаций. Каждый отдельный показатель — целое число от  $-4$  до  $4$ .

Составители рейтинга считают, что информативность публикаций ценится вдвое, а объективность — втрое выше, чем оперативность. Таким образом, формула принимает вид

$$R = \frac{2In + Op + 3Tr}{A}.$$

Найдите, каким должно быть число  $A$ , чтобы издание, у которого все показатели максимальны, получило рейтинг  $1$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**11** Два мотоциклиста стартуют одновременно в одном направлении из двух диаметрально противоположных точек круговой трассы, длина которой равна  $40$  км. Через сколько минут мотоциклисты поравняются в первый раз, если скорость одного из них на  $25$  км/ч больше скорости другого?

Ответ: \_\_\_\_\_.

**12** Найдите точку максимума функции  $y = (x^2 - 24x + 24)e^{4-x}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

*Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.*

13 а) Решите уравнение  $\frac{1}{\sin^2 x} - \frac{3}{\cos\left(\frac{11\pi}{2} + x\right)} = -2$ .

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-2\pi; -\frac{\pi}{2}\right]$ .

14 В основании пирамиды  $SABCD$  лежит прямоугольник  $ABCD$  со стороной  $AB = 5$  и диагональю  $BD = 9$ . Все боковые рёбра пирамиды равны 5. На диагонали  $BD$  основания  $ABCD$  отмечена точка  $E$ , а на ребре  $AS$  — точка  $F$  так, что  $SF = BE = 4$ .

а) Докажите, что плоскость  $CEF$  параллельна ребру  $SB$ .

б) Плоскость  $CEF$  пересекает ребро  $SD$  в точке  $Q$ . Найдите расстояние от точки  $Q$  до плоскости  $ABC$ .

15 Решите неравенство  $\frac{\log_3(9x) \cdot \log_4(64x)}{5x^2 - |x|} \leq 0$ .

16 Прямая, проходящая через середину  $M$  гипотенузы  $AB$  прямоугольного треугольника  $ABC$ , перпендикулярна  $CM$  и пересекает катет  $AC$  в точке  $K$ . При этом  $AK : KC = 1 : 2$ .

а) Докажите, что  $\angle BAC = 30^\circ$ .

б) Пусть прямые  $MK$  и  $BC$  пересекаются в точке  $P$ , а прямые  $AP$  и  $BK$  — в точке  $Q$ . Найдите  $KQ$ , если  $BC = 2\sqrt{3}$ .

**17** В июле планируется взять кредит в банке на сумму 8 млн рублей на срок 10 лет. Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг возрастает на  $r\%$  по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь необходимо выплатить часть долга так, чтобы на начало июля каждого года долг уменьшался на одну и ту же сумму по сравнению с предыдущим июлем.

Найдите наименьшую возможную ставку  $r$ , если известно, что последний платёж будет не менее 0,92 млн рублей.

**18** Найдите все значения  $a$ , для каждого из которых уравнение  $25^x - (a + 6)5^x = (5 + 3|a|)5^x - (a + 6)(3|a| + 5)$  имеет единственное решение.

**19** Известно, что  $a$ ,  $b$ ,  $c$  и  $d$  — попарно различные положительные двузначные числа.

а) Может ли выполняться равенство  $\frac{a+c}{b+d} = \frac{7}{23}$ ?

б) Может ли дробь  $\frac{a+c}{b+d}$  быть в 12 раз меньше, чем сумма  $\frac{a}{b} + \frac{c}{d}$ ?

в) Какое наименьшее значение может принимать дробь  $\frac{a+c}{b+d}$ , если  $a > 4b$  и  $c > 7d$ ?