

# Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

22 сентября 2016 года

Вариант МА10109

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО \_\_\_\_\_ класс \_\_\_\_\_

## Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

***Желаем успеха!***

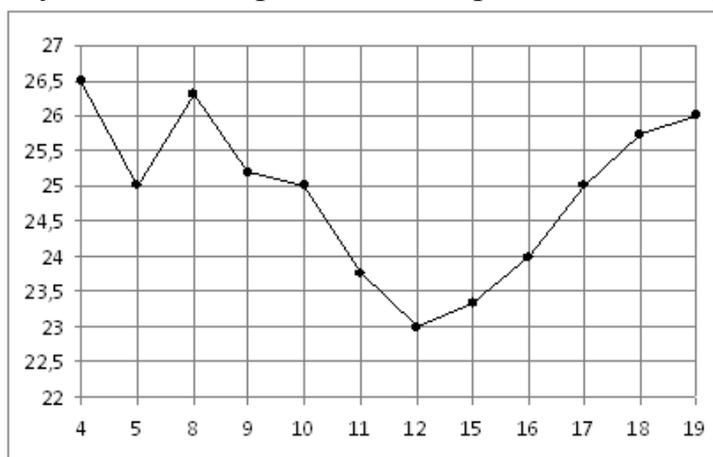
## Часть 1

**Ответом к каждому заданию является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.**

- 1** Флакон шампуня стоит 160 рублей. Какое наибольшее количество флаконов можно купить на 1000 рублей во время распродажи, когда скидка составляет 25 %?

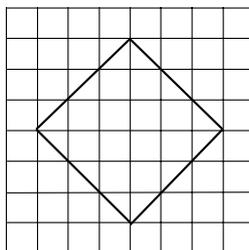
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2** На рисунке жирными точками показана цена нефти на момент закрытия биржевых торгов во все рабочие дни с 4 по 19 апреля 2002 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена барреля нефти в долларах США. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку наименьшую цену нефти на момент закрытия торгов в указанный период (в долларах США за баррель).



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3** На клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \times 1$  изображён квадрат. Найдите радиус описанной около него окружности.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 4** В кармане у Дани было четыре конфеты — «Мишка», «Маска», «Белочка» и «Взлётная», а также ключи от квартиры. Вынимая ключи, Даня случайно выронил из кармана одну конфету. Найдите вероятность того, что потерялась конфета «Маска».

Ответ: \_\_\_\_\_.

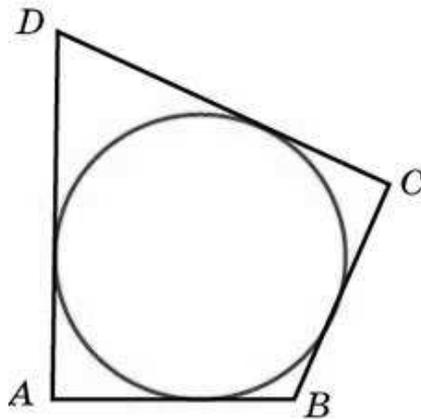
5

Найдите корень уравнения  $(3x + 4)^2 = (3x + 8)^2$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

6

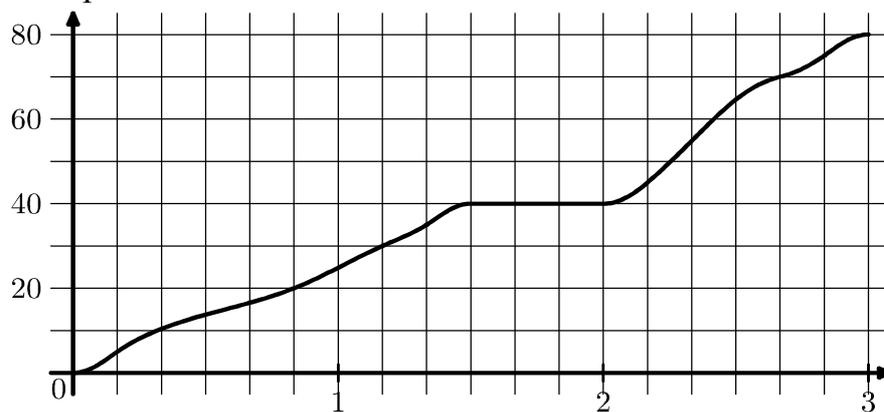
В четырёхугольник  $ABCD$ , периметр которого равен 48, вписана окружность,  $CD = 22$ . Найдите  $AB$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

7

На рисунке показан график движения автобуса. На горизонтальной оси отмечено время в часах, на вертикальной оси — пройденный путь в километрах. Найдите среднюю скорость автобуса за последний час пути. Ответ дайте в километрах в час.



Ответ: \_\_\_\_\_.

8

В правильной треугольной пирамиде боковое ребро равно 7, а сторона основания равна  $\sqrt{39}$ . Найдите высоту пирамиды.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**Часть 2**

9 Найдите  $-49 \cos 2\alpha$ , если  $\cos \alpha = 0,2$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

10 При температуре  $0^\circ\text{C}$  рельс имеет длину  $l_0 = 20$  м. При возрастании температуры происходит тепловое расширение рельса, и его длина, выраженная в метрах, меняется по закону  $l(t^\circ) = l_0(1 + \alpha \cdot t^\circ)$ , где  $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} (\text{C}^\circ)^{-1}$  — коэффициент теплового расширения,  $t^\circ$  — температура (в градусах Цельсия). При какой температуре рельс удлинится на 3 мм? Ответ выразите в градусах Цельсия.

Ответ: \_\_\_\_\_.

11 Автомобиль выехал с постоянной скоростью из города А в город В, расстояние между которыми равно 340 км. Одновременно с ним из города С в город В, расстояние между которыми равно 300 км, с постоянной скоростью выехал мотоцикл. По дороге он сделал остановку на 40 минут. В результате автомобиль и мотоцикл прибыли в город В одновременно. Найдите скорость мотоцикла, если она больше скорости автомобиля на 5 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: \_\_\_\_\_.

12 Найдите наименьшее значение функции  $y = x - \frac{1}{x} + 6$  на отрезке  $[0,5; 13]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.**

13 а) Решите уравнение  $(3 \operatorname{tg}^2 x - 1) \sqrt{-5 \cos x} = 0$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$ .

**14** В основании прямой треугольной призмы  $ABCA_1B_1C_1$  лежит равнобедренный ( $AB = BC$ ) треугольник  $ABC$ . Точки  $K$  и  $M$  — середины рёбер  $A_1B_1$  и  $AC$  соответственно.

а) Докажите, что  $KM = KB$ .

б) Найдите угол между прямой  $KM$  и плоскостью  $ABB_1$ , если  $AB = 8$ ,  $AC = 6$  и  $AA_1 = 3$ .

**15** Решите неравенство

$$\frac{15^x - 3^{x+1} - 5^{x+1} + 15}{-x^2 + 2x} \geq 0.$$

**16** Окружность проходит через вершины  $B$  и  $C$  треугольника  $ABC$  и пересекает  $AB$  и  $AC$  в точках  $C_1$  и  $B_1$  соответственно.

а) Докажите, что треугольник  $ABC$  подобен треугольнику  $AB_1C_1$ .

б) Вычислите длину стороны  $BC$  и радиус данной окружности, если  $\angle A = 45^\circ$ ,  $B_1C_1 = 6$  и площадь треугольника  $AB_1C_1$  в восемь раз меньше площади четырёхугольника  $BCB_1C_1$ .

**17** По бизнес-плану четырёхлетний проект предполагает начальное вложение 12 млн рублей. По итогам каждого года планируется прирост вложенных средств на 15 % по сравнению с началом года. Начисленные проценты остаются вложенными в проект. Кроме этого, сразу после начислений процентов нужны дополнительные вложения: целое число  $n$  млн рублей в конце первого и второго года, а также целое число  $m$  млн рублей в конце третьего и четвёртого года. Найдите наименьшее значение  $n$ , при котором первоначальные вложения за два года, как минимум удвоятся, и наименьшее такое значение  $m$ , что при найденном ранее значении  $n$  первоначальные вложения за четыре года как минимум утроятся.

**18** Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых множество значений функции  $y = \frac{5a - 15x + ax}{x^2 - 2ax + a^2 + 25}$  содержит отрезок  $[0; 1]$ .

**19** Будем называть четырёхзначное число *интересным*, если среди четырёх цифр в его десятичной записи нет нулей, а одна из этих цифр равна сумме трёх других из них. Например, интересным является число 3111.

а) Приведите пример двух интересных четырёхзначных чисел, разность между которыми равна 221.

б) Найдутся ли два интересных четырёхзначных числа, разность между которыми равна 2001?

в) Найдите наименьшее нечётное число, для которого не существует кратного ему интересного четырёхзначного числа.

# Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

22 сентября 2016 года

Вариант МА10110

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО \_\_\_\_\_ класс \_\_\_\_\_

## Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

***Желаем успеха!***

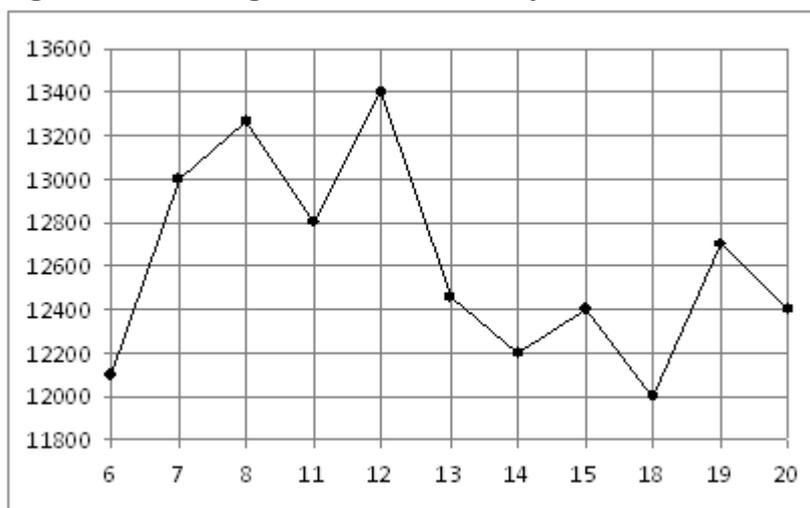
## Часть 1

*Ответом к каждому заданию является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.*

- 1** Флакон шампуня стоит 140 рублей. Какое наибольшее количество флаконов можно купить на 900 рублей во время распродажи, когда скидка составляет 35 %?

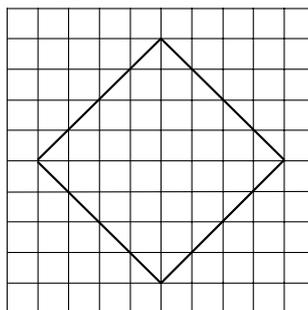
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2** На рисунке жирными точками показана цена никеля на момент закрытия биржевых торгов во все рабочие дни с 6 по 20 мая 2009 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена тонны никеля в долларах США. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку наименьшую цену никеля на момент закрытия торгов в указанный период (в долларах США за тонну).



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3** На клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \times 1$  изображён квадрат. Найдите радиус описанной около него окружности.



Ответ: \_\_\_\_\_.

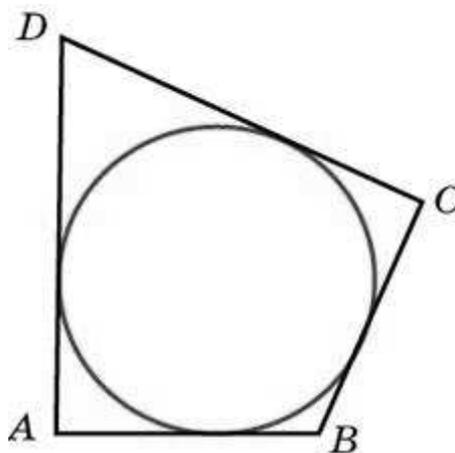
- 4 В кармане у Саши было четыре конфеты — «Мишка», «Взлётная», «Белочка» и «Грильяж», а также ключи от квартиры. Вынимая ключи, Саша случайно выронил из кармана одну конфету. Найдите вероятность того, что потерялась конфета «Взлётная».

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5 Найдите корень уравнения  $(3x - 11)^2 = (3x + 2)^2$ .

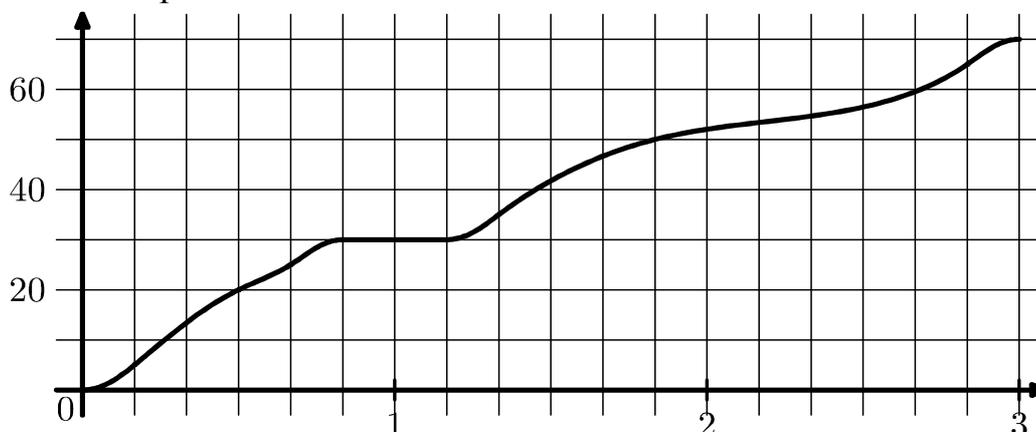
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 6 В четырёхугольник  $ABCD$ , периметр которого равен 48, вписана окружность,  $CD = 15$ . Найдите  $AB$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 7 На рисунке показан график движения автобуса. На горизонтальной оси отмечено время в часах, на вертикальной оси — пройденный путь в километрах. Найдите среднюю скорость автобуса за первые 50 минут пути. Ответ дайте в километрах в час.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 8 В правильной треугольной пирамиде боковое ребро равно 7, а сторона основания равна  $6\sqrt{2}$ . Найдите высоту пирамиды.

Ответ: \_\_\_\_\_.

### Часть 2

- 9 Найдите  $-25\cos 2\alpha$ , если  $\cos \alpha = -0,8$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 10 При температуре  $0^\circ\text{C}$  рельс имеет длину  $l_0 = 20$  м. При возрастании температуры происходит тепловое расширение рельса, и его длина, выраженная в метрах, меняется по закону  $l(t^\circ) = l_0(1 + \alpha \cdot t^\circ)$ , где  $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} (\text{C}^\circ)^{-1}$  — коэффициент теплового расширения,  $t^\circ$  — температура (в градусах Цельсия). При какой температуре рельс удлинится на 9 мм? Ответ выразите в градусах Цельсия.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 11 Автомобиль выехал с постоянной скоростью из города А в город В, расстояние между которыми равно 357 км. Одновременно с ним из города С в город В, расстояние между которыми равно 351 км, с постоянной скоростью выехал мотоцикл. По дороге он сделал остановку на 30 минут. В результате автомобиль и мотоцикл прибыли в город В одновременно. Найдите скорость мотоцикла, если она больше скорости автомобиля на 3 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 12 Найдите наименьшее значение функции  $y = x - \frac{6}{x} + 14$  на отрезке  $[0,5; 19]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.**

- 13 а) Решите уравнение  $(1 - 3\text{tg}^2 x)\sqrt{7\sin x} = 0$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-2\pi; -\frac{\pi}{2}\right]$ .

**14** В основании прямой треугольной призмы  $ABCA_1B_1C_1$  лежит равнобедренный ( $AB = BC$ ) треугольник  $ABC$ . Точка  $K$  — середина ребра  $A_1B_1$ , а точка  $M$  делит ребро  $AC$  в отношении  $AM : MC = 1 : 3$ .

а) Докажите, что  $KM \perp AC$ .

б) Найдите угол между прямой  $KM$  и плоскостью  $ABB_1$ , если  $AB = 6$ ,  $AC = 8$  и  $AA_1 = 3$ .

**15** Решите неравенство

$$\frac{10^x - 25 \cdot 2^x - 2 \cdot 5^x + 50}{5x - x^2 - 4} \geq 0.$$

**16** Окружность проходит через вершины  $B$  и  $C$  треугольника  $ABC$  и пересекает  $AB$  и  $AC$  в точках  $C_1$  и  $B_1$  соответственно.

а) Докажите, что треугольник  $ABC$  подобен треугольнику  $AB_1C_1$ .

б) Вычислите длину стороны  $BC$  и радиус данной окружности, если  $\angle A = 135^\circ$ ,  $B_1C_1 = 10$  и площадь треугольника  $AB_1C_1$  в семь раз меньше площади четырёхугольника  $BCB_1C_1$ .

**17** По бизнес-плану четырёхлетний проект предполагает начальное вложение 25 млн рублей. По итогам каждого года планируется прирост вложенных средств на 12 % по сравнению с началом года. Начисленные проценты остаются вложенными в проект. Кроме этого, сразу после начислений процентов нужны дополнительные вложения: целое число  $n$  млн рублей в конце первого и второго года, а также целое число  $m$  млн рублей в конце третьего и четвертого года. Найдите наименьшее значение  $n$ , при котором первоначальные вложения за два года как минимум удвоятся, и наименьшее такое значение  $m$ , что при найденном ранее значении  $n$  первоначальные вложения за четыре года как минимум утроятся.

**18** Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых множество значений функции  $y = \frac{5a + 150x - 10ax}{100x^2 + 20ax + a^2 + 25}$  содержит отрезок  $[0; 1]$ .

**19** Будем называть четырёхзначное число *интересным*, если среди четырёх цифр в его десятичной записи нет нулей, а одна из этих цифр равна сумме трёх других из них. Например, интересным является число 3111.

а) Приведите пример двух интересных четырёхзначных чисел, разность между которыми равна 17.

б) Найдутся ли два интересных четырёхзначных числа, разность между которыми равна 109?

в) Найдите наименьшее простое число, для которого не существует кратного ему интересного четырёхзначного числа.