В.Ф. Шаталов

ФАМИЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ

Москва • 2006

УДК 371. 32
ББК 74. 202. 4
Ш 28

В.Ф. Шаталов. Фамильная геометрия. — М., ЗАО ИПЦ «Дортранспечать», 2006, 44 с.

Методические материалы предназначены для учителей и родителей, а также студентов педагогических вузов.

Учебные успехи школьников начальных классов всегда были и остаются несопоставимо более высокими в сравнении с результатами работы старшеклассников, и одно из объяснений этому неоспоримо просто: языковой, математический и общенаучный уровень родителей в рамках начальной школы надёжно-устойчив, и малыши не испытывают больших затруднений ни в первом, ни в четвёртом классе — папы, мамы, бабушки, дедушки, старшие братья и сестры всегда готовы послушать, проверить, помочь, и, как результат, в классах по 5-10 отличников, 12-15 хорошистов при полном отсутствии неуспевающих. А потом? Потом начинается спад. Нарастающее раздражение в семьях, взаимные обвинения между учителями и родителями, второгодничество, отчуждение, репетиторство и унизительный поиск доступных путей развития на развороченной местности образовательного пространства.

* * *

— Как дела у сына?

— Поступил в технический университет.

— Кто-нибудь помогал?

— Как это «кто-нибудь»? А я? А ваши конспекты? А два десятка тетрадей с решёнными задачами? Я и сегодня за один час работы могу восстановить в памяти решение сотни самых сложных задач по математике и физике. Мы-то их записывали не комбинированными формулами, а детально расписывали каждым действием и каждым смысловым переходом, как это изредка встречается в хороших решебниках. Не исключено, что ещё через двадцать лет я и внуков своих смогу в любой институт подготовить.

В атакующей убеждённости Володи Калмыкова, ученика четвертьвековой давности, сомневаться не приходилось: ответственность и старание, с которыми он вел свою учебную работу, закрепили в нём надёжную базу знаний на всю оставшуюся жизнь.

Но почему только Володя? Через 17 лет после окончания школы привели своих детей в экспериментальную группу Донецкой лаборатории проблем интенсивных методов обучения АПН СССР Вова Лошадкин, Аня Сафронова, Оля Голова, Лариса Матвиенко, Рита Резницкая, Лена Дегтярёва, Таня Губенко, Юра Евтушенко, и нужно было видеть, с каким упоением работали малыши третъих-пятых классов над курсом геометрии СЕДЬМОГО, ВОСЬМОГО и ДЕВЯТОГО классов, вызывая несказанное удивление учителей всей страны, сотнями присутствовавших на занятиях разнолеток. Обо всём этом ещё будет рассказано во второй части книги «Соцветие талантов», после которой, двадцать лет спустя, будем надеяться, выйдут из печати новые книги с рассказами о том, как работали со своими детьми авторы, которые сегодня сидят за партами экспериментальных классов образца 2002 года.

Придут новые имена, появятся новые фамилии, а геометрия, как и была, останется на века, и потому не случайно эта книга называется ФАМИЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ. В принципе, слово ФАМИЛИЯ в переводе на русский язык — СЕМЬЯ, но рамки семьи несравненно более узки, а ФАМИЛИЯ пришла из далёкого прошлого и впереди у неё - безразмерное будущее.

* * *

И вот только теперь обратимся к первому листу группового контроля по курсу математики начальной школы, отметив попутно, что учителю начальной школы, у которого все дети, перейдя в ПЯТЫЙ класс, смогут безошибочно ответить на предложенные 24 вопроса, необходимо без раздумий присвоить очередной профессиональный разряд.

НАЧАЛЬНАЯ ШКОЛА
ПОВТОРЕНИЕ

1. Как называются числа при сложении?
2. Как называются числа при вычитании?
3. Как называются числа при умножении?
4. Как называются числа при делении?

5. Как найти неизвестное слагаемое?
6. Как найти неизвестное уменьшаемое?
7. Как найти неизвестное вычитаемое?
8. Как найти неизвестный сомножитель?
9. Как найти неизвестное делимое?
10. Как найти неизвестный делитель?
11. Что такое умножение?
12. Изменение суммы с изменением слагаемых.
13. Изменение разности с изменением уменьшаемого.
14. Изменение разности с изменением вычитаемого.
15. Изменение произведения с изменением сомножителей.
16. Изменение частного с изменением делимого.
17. Изменение частного с изменением делителя.
18. Изменение частного с изменением делимого и делителя одновременно.
19. ПОРЯДОК ДЕЙСТВИЙ ПРИ РЕШЕНИИ ПРИМЕРОВ.
20. Как увеличить данное число на М единиц?
21. Как уменьшить данное число на К единиц?
22. Как увеличить данное число в Т раз?
23. Как уменьшить данное число в Д раз?
24. Что такое периметр?

Горизонтальные смещения групп вопросов проведены для упрощения работы зрительной памяти, а выделенный крупным шрифтом 19-й пункт — свидетельство его чрезвычайной важности в практике решения упражнений и по арифметике, и по алгебре, и по тригонометрии, и по физике.

Не вдаваясь в детализацию ответов на все вопросы, дадим развёрнутый ответ только на второй.

— Число, из которого мы вычитаем, называется уменьшаемое. Число, которое мы вычитаем, называется вычитаемое, число, которое получается в результате вычитания разностью. Грубейшей ошибкой следует считать ответ:

— Уменьшаемое, вычитаемое и разность.

Механический, ещё не осмысленный повтор этих слов в начальной школе неизбежно приводит к ТАРАБАРЩИНЕ с последующим отставанием в развитии значительной части ребят. И отставание это развивается с нарастающим отрывом от основной группы, укрепляя ложь о неполноценности отдельных учащихся.

Говоря о порядке действий при решении примеров, никогда не следует замыкаться на одних только КРУГЛЫХ скобках. КВАДРАТНЫЕ И ФИГУРНЫЕ скобки, утвердив себя в столетиях, никогда и никем не были доказательно отвергнуты, а модничать в математике — дело опасное и вредное, о чём речь будет многократно вестись в этой книге.

Особо следует остановиться на группе вопросов 12-18. В первом подходе ребятам достаточно говорить: «Если вычитаемое УВЕЛИЧИТЬ или УМЕНЬШИТЬ на несколько единиц, то разность УМЕНЬШИТСЯ или УВЕЛИЧИТСЯ на столько же единиц.», а всякого рода «углублённые» вопросы образца «Как изменятся части, если делимое УВЕЛИЧИТЬ в несколько раз, а делитель уменьшить во столько же раз?» и, тем более, «Как изменится сумма, если одно из слагаемых увеличить на К единиц, а другое уменьить на С единиц?», следует оставить на вторую четверть, когда ядро основных знаний сформируется уже достаточно надёжно.

Исключение в этом плане содержится только в 18-м пункте, который служит переходным звеном к основному свойству дроби, а ко всем действиям с дробными числами школьники переходят без промежутка, и уже в 4-м классе решают все 50 примеров из сборника конкурсных заданий для поступающих в высшие учебные заведения.

Группа вопросов 20-23, на первый взгляд, примитивно проста, но именно в ней заложен переход к алгебраическому мышлению, и ребятам, отвечая на эти вопросы вовсе не обязательно придерживаться текстовых М, К, Т и Д, а оперировать любыми буквами любого алфавита.

В первый день работы ответы на все эти вопросы должны прозвучать в классе не менее трёх раз. Сначала при закрытых учебниках, потом с раскрытыми страницами вопросов и - идеальный вариант, когда в третий раз отвечать будут сами ребята. Фронтально или по желанию у доски, хотя это случается нечасто.

При ответах каждый ученик может держать в руках лист с вопросами, а сами вопросы задаются в строгом порядке без пропусков или неожиданных возвратов. «Рваный опрос», когда нарушается последовательность вопросов и очерёдность ответов, КАТЕГОРИЧЕСКИ НЕДОПУСТИМ. Ученик перед ответом всегда должен иметь хотя бы несколько секунд для раздумий.

И в классе, и дома работа считается завершённой только при условии, если ученик даёт правильные ответы абсолютно на все вопросы. Разумеется, возможны недоговорки, небольшие неточности, которые, конечно же, определяют оценку за каждый отдельный вопрос, и на этом узком участке работы нет ни малейшей необходимости пользоваться многобалльной системой. Три балла — 5, 4 и 3 исчерпывают все возможности учета. Двойка в этой работе абсолютно не нужна. В случае, если ученик не может дать ответ хотя бы на один вопрос, работа с ним прекращается, и ему предоставляется право отвечать ещё раз с новой группой ребят. Вот только в случае заминки ученик имеет право для раздумий на протяжении всего времени, пока , завершив цикл ответов всех, кто стоит у доски, к нему придёт очередность отвечать на новый вопрос. Строго говоря, к ответам по листам группового контроля и учащиеся, и родители относятся в высшей степени ответственно, и добровольный выход к доске - абсолютное свидетельство готовности отвечать на любой вопрос, и к этому нам ещё предстоит вернуться на уроках геометрии.

Подсказки КАТЕГОРИЧЕСКИ исключены.

Если подсказка следует из класса, отвечающий сразу же садится на место, и ещё никогда и ни один ученик не смог ответить на вопрос: «За какую провинность ты лишил его права отвечать? Ведь он сам пошёл к доске и, без сомнений, знает ответы на все вопросы. Сейчас ты посадил его, а через десять минут он посадит тебя? Во что тогда превратится вся наша работа? В кавардак?»

Если подсказывает кто-либо из группы отвечающих, на место идут оба провинившихся. Жестоко? Но в какую жестокую школу жизни превращается работа, построенная на лжи, на обмане, на непреходящих обидах, на гангренозных воспалениях совести? Во имя спасения жизни хирург, не раздумывая, отсекает пронизанный раковыми метастазами орган, будь то почка, лёгкое, желудок, печень или грудь. Работа же школьного учителя во многом и многом созвучна работе врача.

Впервые столкнувшись с работой по листам группового контроля, ученики сразу же начинают понимать, что это большая и очень серьёзная игра, а в игре дети никому и никогда не прощают нарушений однажды установленных правил. Так, к примеру, первые наши тренеры Зинаида Фёдоровна Величко и Олег Фёдорович Коробко, преподаватели Донецкого индустриального института, 60 лет назад (1943-й год!) после единственного предупреждения удаляли с игровой площадки даже самого лучшего игрока, если он позволял себе окрик или бестактность по отношению к товарищу. И в спокойной обстановке команда, как правило, выигрывала. А на взвинченных нервах, случалось, проигрывала даже заведомо слабому противнику. Несколько позже (1950-й год) точно так же поступал с нами старший лейтенант Пазин, тренер волейбольной команды «Скала», а ещё позже абсолютную нетерпимость к крикунам и выскочкам проявлял Поликарп Яковлевич Мирошниченко, кандидат исторических наук, один из ведущих игроков волейбольной команды Сталинского педагогического института.

Перед началом опроса все, кто вышел отвечать, записывают на доске свои фамилии и после ответа на каждый вопрос выставляют себе оценки,объявленные учителем. Итоговая оценка усреднённая из многих полученных за ответы на отдельные вопросы. Пример: 5, 4 5,5, 4, 4. Общий балл - 4,5. Итоговая, в ведомость - ПЯТЬ. Только пять! На основании ПРЕЗУМПЦИИ НЕВИНОВНОСТИ. В самом деле - 4,5 балла, вроде бы, вызывает сомнение, и возникает желание задать дополнительный вопрос или отдать предпочтение последним оценкам. Никаких раздумий! СОМНЕНИЕ ТРАКТУЕТСЯ В ПОЛЬЗУ ОБВИНЯЕМОГО. А в данной обстановке обвиняемым является отвечавший ученик. Но это ещё далеко не всё из принятых игровых правил.

Всем, кто идёт отвечать в первой группе, итоговая оценка выставляется на один балл выше. ЗА ХРАБРОСТЬ. В результате все тройки трансформируются в четвёрки, а все четвёрки - в пятёрки. Не следует только думать, что это правило - источник авантюризма, нежелающих отвечать в первой группе неоправданно возрастает. Ничуть не бывало. Ребята отлично соразмеряют свои возможности со своими желаниями, и призрачная перспектива случайной удачи никак не соотносится с неловкостью возвращаться на место, не получив никакой оценки и после этого наблюдать за безупречными ответами товарищей. Но, и это главное, кроме эмоциональных оправданий дополнительного балла, есть и строго логические. Сразу после завершения ответов первой группы выходит к доске вторая, за ней - третья, и все эти ответы снова и снова слышат отвечавшие в первой группе. Что останется от мелких погрешностей в ответах этих ребят к концу урока?

В плане парадокса, приведу пример о случае, который прошёл на семинаре в Полтаве. Отвечая на вопросы листа группового контроля, учительница получила следующие оценки: 3, 3, 4, 5, 3, 4, 3, 3, 4 ,3. Общий балл - 3,5. Однако же с учетом презумпции невиновности итоговую оценку следует ставить 4. Но учительница отвечала в первой группе, и оценка «за храбрость» должна быть повышена ещё на один балл, в ведомость была выставлена ПЯТЁРКА. Явление, отметим, редчайшее и ничего, кроме доброй улыбки, вызвать не может даже на недельном семинаре, а ведь в классе вариативная работа по всем листам группового контроля продолжается несколько месяцев.

После всего сказанного у некоторых не в меру недоверчивых читателей может возникнуть сомнение: «Да будет ли всё протекать так гладко, и откуда у ребят может появится желание отвечать на давно уже набившие оскомину вопросы, чтобы уже на следующем уроке перейти к изучению непосредственно геометрии?» Вопрос правомерный, но несколько наивный. И наивность эта исходит из нераскрытого пока ещё движущего мотива.

Троекратный повтор ответов на все вопросы занимает не более 25 минут, после которых раскрывается крыло доски, и перед ребятами появляется странный пример:

$$\{48 : [15 - (X \cdot 5 - 4) : 2] + 1\} \cdot 4 = 20$$

И тут же звучит ещё более странное задание.

— Решить устно!

Не станем скрывать, что это задание встречали с удивлением не только ребята, но и большая часть учителей, впервые приезжавших на семинары Донецкой лаборатории, хотя по сложности своей решение его вполне доступно ЛЮБОМУ ученику третьего класса, а, будучи представленным во всех видах дробей, такой пример совсем ещё недавно предлагался шестиклассникам на московских математических олимпиадах. В самом деле, следуя правилу порядка действий, находим последнее, в котором неизвестным является сомножитель, заключённый в фигурных скобках. Попутно, в порядке критики: попробуйте дать вразумительное целеуказание классу в случае, когда в примере будут присутствовать три пары круглых скобок, и сколько детей, не владеющим быстрым визуальным анализом, потеряют нить решения и после нескольких неудач сами себя запишут в неспособные. Напомним: пример нужно решать устно, и раз за разом отметать мысленно пары однообразных скобок. С фигурными всё просто - в них заключён неизвестный сомножитель, и чтобы его найти, необходимо 20 разделить на 4.

На следующем этапе находим неизвестное слагаемое. Оно равно 4. Далее -неизвестный делитель 48 : 4 = 12. Потом — вычитаемое: 15 - 12 = 3. И каждый раз в обстановке абсолютного внимания ребята одно за другим проговаривают правила. Чтобы найти неизвестный сомножитель... чтобы найти неизвестное слагаемое... Чтобы найти неизвестное вычитаемое... Вот он, нарастающий звук психологического мотива! Это даже не мотив, а призывный набат с побуждающими звуковыми раскатами. Достаточно двух уроков в такой обстановке, чтобы заговорили даже хронические молчуны. Связно, спокойно, достойно. Первый шаг в геометрию, где успех определяет строгая научная речь и безупречное знание теоретического материала, сделан. Но в том-то и весь секрет, что события ещё только начинают развиваться и притом в совершенно неожиданном направлении.

Учитель берёт в руки мелок, просит назвать любое число и на глазах у всех начинает составлять новое уравнение! Пусть в роли нового неизвестного выступает большое число — 1000. Делаем первую запись: Х : 200. Ответ 5 запоминаем и дописываем второе действие: Х : 200 + 4. Включаем третье действие: 36 : (Х:200 + 4). Это снова деление, но сначала неизвестным являлось ДЕЛИМОЕ, а теперь оно выступает в роли ДЕЛИТЕЛЯ! Разворачивается увлекательная сюжетная линия. Памятуя предыдущий ответ — 4, включаем вычитание: 20 – 36 : (Х:200 + 4). Неизвестное ВЫЧИТАЕМОЕ. Осталось два действия. Вводим умножение: [20 - 36 : (Х:200 + 4)] • 2. Ответ — 32. Ещё одно последнее сказанье... Используем результат в качестве УМЕНЬШАЕМОГО, завершаем работу:

[20 - 36 : (Х:200 + 4)] • 2 – 22 = 10.

Фиксируем внимание ребят на том, что использованы все компоненты арифметических действий: СОМНОЖИТЕЛЬ, СЛАГАЕМОЕ, УМЕНЬШАЕМОЕ, ВЫЧИТАЕМОЕ, ДЕЛИМОЕ и ДЕЛИТЕЛЬ. Но ведь эта работа в разных ипостасях будет проделана ещё несколько раз, и правила сами по себе станут для ребят в высшей степени необходимыми инструментами. Однако же всё новое и новое ещё впереди. Ребятам предлагается самим составить уравнение со всеми компонентами арифметических действий. Уповать на то, что с первого предъявления работу выполнит каждый, не нужно. Возьмется-то каждый, но к успеху придут всего только 3-4 ученика. А больше и ни к чему. Бегло просмотрев конструкции составленных уравнений (решать не нужно!), не более, чем через три минуты учитель пригласит к доске всех троих, и каждый записывает на доске своё творение, мысленно готовясь со вкусом выполнить все шесть действий примера. Но! Уравнение первого будет решать второй, а уравнение второго будет решать третий, и пусть они сделают это с некоторыми заминками, но зато с каким интересом следит за развитием событий весь класс. Ещё более, когда в условии вдруг обнаруживается ошибка и потом, когда уравнение третьего предлагают решить четвёртому, не вызванному к доске, или того, у кого собственное уравнение пока не получилось.

Домашнее задание: составить уравнение. Не слишком громоздкое, но позамысловатее и поинтереснее. Лучшее будет решено на уроке в форме самостоятельной работы ДЛЯ ВСЕХ!

Проходит ещё один урок, и на доске появляется новое уравнение.

$$\mathbf{9{,}8 - [0{,}42 : (X \cdot 1{,}5 - 0{,}4) + 0{,}5] : 0{,}5 = 8{,}2.}$$

В дальнейшем форсировать события не следует, но по прошествии нескольких уроков в класс приходят комбинированные примеры со всеми видами дробей.

Так уж заведено, что поурочные планы учителей пестрят миллионами однообразных строк: «Устный счёт - 5 минут». Несуразность их отпадает сама собой, когда вся работа на уроке - это сплошной устный счёт.

Описанная вводная часть работы завершается на первом уроке, если он спаренный, и на втором, если он 45-минутный. И уже через 10 минут после его начала в класс приходит ГЕОМЕТРИЯ. Двадцати пяти минут второго урока вполне достаточно, чтобы развернуть во всей полноте ответы на 45 вопросов первого листа группового контроля. Достаточно, если понимать, в чём состоит различие между хорошим и плохим дирижёром. А различие неоспоримо: хороший дирижёр держит ПАРТИТУРУ в голове, а плохой держит ГОЛОВУ в партитуре. На первых порах это кажется и невозможным, и ненужным — помнить всю последовательность вопросов первых листов, но проходит всего несколько дней,и многовариативная работа с группами разной наполняемости сама по себе отметает это сомнение. НЕОБХОДИМО! Быстрые переходы от одного вопроса к другому, воздушное чувство лёгкости ответов и абсолютная уверенность в глубине и прочности знаний сокращают время работы по листам, обеспечивают частые смены групп и вызывают устойчивое стремление овладевать всё новыми и новыми знаниями. Знания АГРЕССИВНЫ, они требуют подпитки новыми знаниями, и в этом их неистребимая научная сила.

Итак, начинается первый этап работы по первому листу ГЕОМЕТРИИ. Перед ребятами чистые парты, в руках у учителя цветные мелки. Установка: слушать, вникать, но не стремиться запоминать. Редкая, согласимся, установка. И вот сейчас-то и будет опровергнуто сомнение в необходимости знания последовательности всех вопросов учителем. Одно дело, когда рассказ плавно и психологически выверенно переходит от одного раздела к другому и внимание учителя сосредоточено на одних только детских лицах, другое же, когда ему необходимо держать лист, раз за разом снимать и одевать очки, наглядно демонстрируя детям отрывочность своих знаний. Лекционное искусство учителя состоит не в том, ЧТО ОН ГОВОРИТ, а в том, КАК ОН ГОВОРИТ. Именно для этого и произведена разбивка листа на отдельные части, между которыми крупным шрифтом выделены вопросы, в ответах на которые ребята затрудняются более всего. Первый рассказ учителя ведётся неторопливо, каждый пункт подкрепляется чертежом или схематическим наброском с использованием цветных мелков. И это именно рассказ, а не изложение нового материала. В ходе него допускаются повторы, отклонения, исторические эпизоды и критические замечания в адрес действующих и недавно ещё стабильных учебников. Все построения выполняются от руки. ПОЛЬЗОВАТЬСЯ ЧЕРТЁЖНЫМИ ИНСТРУМЕНТАМИ КАТЕГОРИЧЕСКИ ЗАПРЕЩАЕТСЯ. Располагать чертежи можно в каком угодно беспорядке, но стирать их с доски до окончания первого рассказа не следует. Итак!

Г Е О М Е Т Р И Я

Первый лист группового контроля.

1. Свойства прямой.
2. Отрезок.
3. Пересечение прямой и отрезка.
4. Свойства расположения точек.
5. Полупрямая.
6. Основные свойства измерения отрезков.
7. Угол.
8. Развёрнутый угол.
9. ПРОХОЖДЕНИЕ ЛУЧА МЕЖДУ СТОРОНАМИ УГЛА.
10. Теорема о пересечении сторон треугольника.
11. Свойства измерения углов.
12. Треугольник.
13. Равные треугольники.
14. Параллельные прямые.
15. СВОЙСТВО ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ ПРЯМЫХ.
16. Теорема о пересечении сторон треугольника.
17. Аксиома.
18. Теорема.
19. Смежные углы.
20. Свойство смежных углов.
21. Виды углов.
22. Вертикальные углы.
23. Свойство вертикальных углов.
24. Перпендикулярные прямые.

25. СВОЙСТВО ПЕРПЕНДИКУЛЯРА К ПРЯМОЙ.

26. Биссектриса.
27. Признаки равенства треугольников. Следствие.
28. Медиана.
29. Биссектриса треугольника.

30. ВЫСОТА.

31. Равнобедренный треугольник и его свойства.
32. Свойство медианы равнобедренного треугольника.
33. Свойство двух прямых, параллельных третьей.
34. Углы при параллельных и секущей.
35. Признаки параллельности прямых.
36. Свойство накрест лежащих и односторонних углов.
38. Признаки равенства прямоугольных треугольников.
39. Теорема о единственности опущенного перпендикуляра.
40. Окружность, круг, хорда, диаметр, радиус, дуга, сектор, сегмент.
41. ГМТ.
42. Центральный угол.
43. Вписанный угол и его измерение.
44. Первая замечательная точка треугольника.
45. Вторая замечательная точка треугольника.

Отметим ещё раз: все чертежи сохранены, и если теперь начинать второй рассказ в той же последовательности, неизбежен психологический спад внимания. Это в равной мере относится и к самостоятельной работе дома, и во всех формах работы с родителями. Небольшая хитрость состоит в вычленении при повторе самых простых вопросов, упрощая тем самым объём работы и сводя её к доступному минимуму.

При втором рассказе ребята пользуются листами с вопросами группового контроля и даже делают на них карандашные отметки по своему усмотрению. Ещё раз: ЛИСТАМИ, а не книгами. Листы они получают отдельно, а книгу необходимо сохранить в чистоте на долгие годы.

К самым простым, конечно же, следует отнести всю группу вопросов 17-24. Уже хотя бы потому, что ВИДЫ УГЛОВ, ПЕРПЕНДИКУЛЯРНЫЕ ПРЯМЫЕ рассматривались в курсе начальной школы, а понятия АКСИОМА И ТЕОРЕМА общеизвестны. Однако же начинать нужно не с них, а с первых двух вопросов, ибо в них уже содержится интрига, пропущенная при первом рассказе.

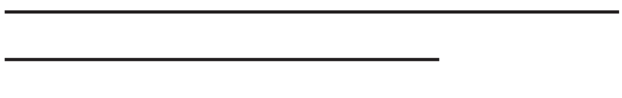
1. Прямая бесконечна, через две точки можно провести только одну прямую. Две прямые пересекаются только в одной точке. Так было ещё в учебнике А.П.Киселёва, выдержавшем более 40 изда-

ний. Понимал ли Андрей Петрович, что третье свойство не является самостоятельным? Ведь, если прямые пересекутся в двух точках, то это противоречит аксиоме о том, что через две точки можно провести только одну прямую. С абсолютной степенью убеждённости можно сказать: ПОНИМАЛ! Однако же выделил его отдельной формулировкой, т.к. его часто приходится произносить при многих доказательствах. Сотни миллионов умнейших людей, многие из которых стали выдающимися учёными, пользовались этими тремя свойствами, два первых из которых — аксиомы, а третье — теорема. Так же будем пользоваться и мы, но каждый раз доказывая третье свойство.

Интрига второго правила ещё более острая.

2. Отрезок — это все точки прямой, находящиеся между двумя точками, которые называются концами отрезка.

Вроде бы всё понятно и научно достойно, да только с точками чехарда какая-то получается. Принадлежат они отрезку или не принадлежат? Киселёв, видимо, понимая всю сложность ответа на него, просто обошёл его стороной. Погорелов шарахнулся в одну сторону — НЕ ПРИНАДЛЕЖАТ! А откуда страх? Как сложить два отрезка? Если совместить их крайние точки, то пропадёт ОДНА ТОЧКА! А если складывать миллион отрезков — пропадёт миллион точек. Шагреневая кожа! Положить точки рядышком ВПРИТИРКУ — тоже не получится: точку-то можно представить себе сколь угодно маленькой. Притёрли, уменьшили, и между ними можно поставить сколько угодно точек. Не от таких ли раздумий пришёл к своему роману бессмертный Бальзак? Автор же нового учебника геометрии Атанасян решил по-своему — ПРИНАДЛЕЖАТ. Принадлежат и — баста. Интрига запуталась ещё больше. Мы же, прежде чем сделать свой вывод, попробуем ответить на простой вопрос: на каком из двух отрезков больше точек?

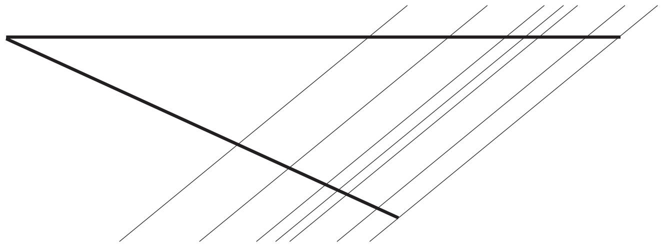


— И думать нечего,- отвечают ребята, - на верхнем.

— А как это доказать?

— Да наложить нижний на верхний, и все дела. На верхнем вон ещё какой кусок останется.

— Кусок-то останется, да только сейчас вы убедитесь в том, что точек на этих отрезках абсолютно одинаково.



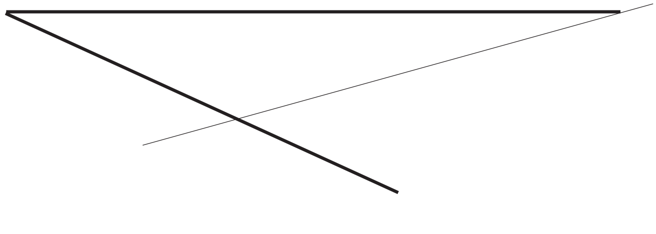
Соединим эти отрезки уголком, проведём прямую через разбежавшиеся концы и поставим на большем отрезке сколько угодно точек. И через них проведём прямые, параллельные соединительной прямой. Каждая из них пересечёт меньший отрезок в НОВОЙ ТОЧКЕ. И сколько бы ещё новых точек мы еще ни взяли на большем отрезке, столько же появится новых на меньшем!

Наваждение? Ничуть не бывало.

Попробуйте теперь самостоятельно доказать, что на нижнем отрезке точек БОЛЬШЕ, чем на верхнем! Чаще всего из 10 человек это может сделать только один, вне зависимости от того — школьники это или учителя.

А ларчик просто открывается. Соединим свободный конец верхнего с любой точкой нижнего и окажется, что на всём верхнем столько же точек, сколько на левой части нижнего. Но у нижнего-то «вон ещё какой кусок остался!» В простонародье, случается, говорят: «Тем же салом по мусалам!» И теперь уже становится совершенно очевидным, что никаких точек, как МАТЕРИАЛЬНЫХ ОБЪЕКТОВ, в природе не существует. Есть СЛОВО, за которым ничего не стоит, и задумываться над ним не имеет смысла, как и над словами: РАЙ, ПРЕИСПОДНЯЯ, НЕЧИСТАЯ СИЛА, ДУША, АНГЕЛ. Сколько таких прилипчивых слов создало невежественное прошлое человечества!

ТОЧКА — это исчезающее НИЧТО, без формы, без размеров, без цвета, без вкуса, без запаха.



После этого, рассматривая вперемешку простейшие вопросы, а их всего 18 (I, 2, 5, 7, 12, 13, 14, 17, 18, 19, 20, 21, 24, 26, 28, 31, 33 и 40), следует только подчеркнуть:

— Полупрямая и луч — понятия равнозначные и использовать их можно свободно.

— В треугольнике три точки не лежат на одной прямой.

— Равные треугольники могут или совмещаться при наложении всеми своими точками, или иметь соответственно равными все стороны и все углы.

— Параллельные прямые непременно лежат в одной плоскости. Иначе они будут СКРЕЩИВАЮЩИМИСЯ или, как лучше говорят на Украине, МИМОБІЖНИМИ.

— Иллюстрируя на чертеже свойство двух прямых, параллельных третьей, можно сразу же его доказать, предположив, что они пересекутся, и тогда через одну точку будут проходить две прямых, параллельных одной и той же третьей.

Оставшиеся 27 вопросов можно опять-таки рассматривать в произвольном порядке, но лучше всего — двумя-тремя ответами завершая работу с блоком вопросов. Так во втором блоке их осталось два (10, 11), в четвёртом тоже два (27, 29), в третьем — три (16, 22, 23) и в первом - четыре (3, 4, 6, 8). Завершая работу над каждым блоком, можно вклинивать по одному самые сложные вопросы (9, 15, 25, 30). Последний этап — 12 вопросов пятого блока. Ответы на все вопросы будут даны отдельно, а сейчас остановимся на некоторых особенностях 27 вопросов.

4. Достаточно ограничиться двумя свойствами.

а) Прямая делит плоскость на две полуплоскости.

б) Из трёх точек прямой одна и только одна находится между двумя другими.

II. Подчеркнуть, что эти два правила будут повторяться сотни раз.

27. Судя по всему, одним лишь недоразумением можно объяснить, что изучение признаков равенства треугольников не завершается СЛЕДСТВИЕМ о том, что в равных треугольниках против равных сторон лежат равные углы и против равных углов лежат равные стороны. Это как песня без припева.

34. В попытке упростить курс геометрии некоторые авторы не стали вычленять СООТВЕТСТВЕННЫЕ УГЛЫ, понуждая детей при доказательствах теорем и решений задач проводить переход к этим углам с огромными потерями времени.

37. Ёмкость этого вопроса в необходимости формулировать ШЕСТЬ следствий из суммы углов треугольника, проводя необходимые доказательства.

а) В равностороннем треугольнике все углы равны 60°.
б) В прямоугольном треугольнике сумма острых углов равна 90°.
в) В прямоугольном равнобедренном треугольнике острые углы равны 45°.
г) Внешний угол треугольника равен сумме двух внутренних, не смежных с ним.
д) Если два угла одного треугольника равны двум углам другого треугольника, то и третьи углы равны.
е) Катет, лежащий против угла 30°, равен половине гипотенузы.

Над попыткой исключить его из обязательных следствий более десяти лет смеялась вся страна.

41. Г М Т — это все точки плоскости или ПРОСТРАНСТВА, которые обладают... После этого нет необходимости переучивать это правило при изучении стереометрии.

Осталось только разобраться в причинах особого отношения к четырём вопросам.

9. Если луч выходит из вершины угла и пересекает отрезок, концы которого находятся на разных сторонах угла, то говорят, что этот луч проходит внутри угла. Обратимся к смежным углам. Является ли их общая сторона лучом, проходящим внутри угла? Непременно! Он выходит из вершины угла и пересекает любой отрезок, концы которого находятся на разных сторонах угла.

15. Свойство параллельных прямых. Через точку вне прямой можно провести только одну прямую, параллельную данной. Но почему свойство, если во все времена это была АКСИОМА ПАРАЛЛЕЛЬНОСТИ? Правда, она значительно отличается от громоздкого постулата, предложенного Евклидом, что и послужило причиной поиска его доказательства и, как следствие, — рождению

геометрии Лобачевского, геометрии Римана и многих иных следствий из них вытекающих. А сколько драматизма в сюжете отношений между отцом и сыном Бойяи, Лобачевским и Гауссом! Априори можно предположить, что сформулируй Евклид пятый постулат так, как его стали формулировать позже,ничего этого могло и не быть, и, несмотря на всю недоказуемость, из великого уважения к ней, её всё-таки стоит именовать АКСИОМОЙ. И справедливость будет восстановлена, и школьникам изучать геометрию будет доступнее. А на высокие этажи науки поднимутся самые умные единицы, и они разберутся что к чему.

25. Из ДАННОЙ точки на ДАННОЙ прямой, к ДАННОЙ прямой в ДАННОЙ полуплоскости можно вставить только один перпендикуляр. Это, право же, стоит высветить, сколько нелепостей образуется, если опустить хотя бы одно из четырёх слов «ДАННОЙ».

Вот только теперь ребята получают листы с ответами на все вопросы, и проводится третий, быстрый повтор. В это редко кто верит, услышав, но для неторопливого проговаривания ответов на все вопросы требуется не более 7 минут! Знать бы об этом всем учителям, сколько бы раз они подарили детям по СЕМЬ МИНУТ. Не стращали бы двойками, не вымучивали косноязычные ответы, а объясняли бы, как объясняют малышам новые слова, никоим образом не наказывая за неверное произношение или забывчивость. Как же это важно-сохранить трепетно-терпеливую любовь к малышам и перенести её на школьников. Они ведь на пороге каждой новой науки снова и снова становятся малышами.

Урок завершается ответом на вопросы ребят, но после троекратного повторения вопросов обычно не бывает. Для ребят, знакомых с работой по листам группового контроля, подготовка к очередному уроку никакой сложности не представляет, и вот именно для этого первый урок был отдан повторению правил арифметики начальной школы. А правильно организованная работа с родителями, охотно включающимся в помощь детям при наличии листа с вопросами и листа с ответами, когда изучение геометрии чем-то начинает походить на разучивание стихотворения, приносит в семью радость общения и полезность учебных контактов. 5-6 добровольцев в первой группе ХРАБРЕЦОВ будут непременно, а остальное — дело техники. Ещё две группы, более многочисленные, и работа завершена. Завершена к 30-й минуте, т.к. ответ каждой группы укладывается в 8-9 минут. Но почему 8-9 и вдруг — 30? Всё просто. Перед выходом первой группы учитель отвечает на любой вопрос, а их никогда не бывает более десяти.

Предупреждение скептику. Ответы учителя перед началом опроса ни в коем случае нельзя считать ни натаскиванием, ни подсказкой, как никто и никогда не считал подсказкой для всего класса стихотворение, прочитанное первым учеником. Вторая группа будет отвечать после первой, третья — после первых двух. Так за какие же провинности следует наказывать первую группу, определяя ей несравненно более сложное начало ответов? Тем более, что некоторым вообще не придётся отвечать на вопрос, предварительно освещённый учителем.

Второе предупреждение скептику. Если в группе 10 человек, то каждому доведётся отвечать на ДЕСЯТЬ вопросов. Именно десять, т.к. за 45 пунктами завуалировано более 80 вопросов. Но можно ли давать оценку за знания по всему листу, получив всего ВОСЕМЬ ответов? На вопрос ответим вопросом же: «А можно ли выставлять годовую оценку на экзамене за ответ на вопросы одного билета, если билетов 25-30?» Тем более, что на экзамене позволено взять второй билет, а при ответах по листам группового контроля не дано права оставить без ответа ни одного вопроса.

Десятилетия работы на новой методической основе привели вдруг к мысли о том, что, вызвав к ответу первую группу, можно спокойно отправить её на места, выставив всем ОТЛИЧНЫЕ ОЦЕНКИ. Да-да! Строгость, с которой дети относятся к выходу перед классом по СОБСТВЕННОМУ ЖЕЛАНИЮ, раз за разом создаёт предельно ОБЯЗАТЕЛЬНОГО и ОТВЕТСТВЕННОГО человека. Ученикам, учителям и родителям, читателям этой книги предстоит ещё убедиться в чистоте этих слов. И тогда... Последний урок. Шестиклассникам предстоит отвечать по листам группового контроля ВОСЬМОГО класса, уже даны консультирующие ответы учителям.

— Кто готов отвечать?

В классе 34 ученика. Руки подняли 30. Алгебра-8, это не первый лист геометрии. Ответы громоздкие, с многочисленными записями и выводами на доске. Оценить обстановку во всех её последствиях было трудно, и...

— Всем, кто поднял руки, ПЯТЁРКИ. Крочак, Кирпушко, Колос и Якуш остаются в классе, остальные могут идти домой.

Батюшки-светы! На четверых остающихся было тяжко смотреть. «Ну почему, почему, балда, руку не поднял?!» — было написано на каждом лице. На второй такой эксперимент не решится ни один учитель. Вести опрос по листу необходимо и для отвечающих, для самоутверждения, и для тех, кто ещё в сомнении, а учитель, выслушивая ответы отлично подготовившихся ребят, никогда не станет негативно реагировать на случайные заминки, небольшие сбивы и мелкие несогласованности в речи школьников.

И вот только теперь — развёрнутые страницы ответов на все вопросы листа. Отметим снова-таки: эти ответы содержатся в книге и на отдельном листе, с которым ребята работают на уроке и дома. На листах дети могут делать любые пометки, у доски они держат в руках только листы с вопросами, которые перед началом ответов просматривает учитель — они должны быть чистыми.

ОТВЕТЫ

I. Прямая бесконечна. Через две точки можно провести только одну прямую. Две прямые пересекаются только в одной точке. Пересечься в двух точках они не могут, так как через две точки можно провести только одну прямую.

2. Отрезок — это все точки прямой, расположенные между двумя данными точками, которые называются концами отрезка. По Погорелову эти точки не принадлежат отрезку. По Атанасяну — принадлежат.

3. Если концы отрезка лежат в одной полуплоскости, то прямая не пересекает отрезок. Если концы отрезка лежат в разных полуплоскостях, то прямая пересекает отрезок.

4. Прямая делит плоскость на две полуплоскости.

Из трёх точек прямой одна и только одна находится между двумя другими.

5. Полупрямая (луч) — это часть прямой, находящаяся в одной полуплоскости.

6. Каждый отрезок имеет свою, отличную от нуля, положительную линейную меру.

Если на отрезке поставить точку, то она разобьёт его на два отрезка, сумма длин которых равна длине данного отрезка.

7. Угол — это фигура, состоящая из точки и двух исходящих из неё лучей.

8. Развёрнутый угол — это угол, образованный двумя дополнительными полупрямыми.

9. Если полупрямая исходит из вершины угла и пересекает отрезок, концы которого лежат на разных сторонах угла, то говорят, что полупрямая проходит внутри угла.

10. Каждый угол имеет свою, отличную от нуля, положительную градусную меру.

Если внутри угла провести полупрямую, то она разобьёт его на два угла, сумма градусных мер которых равна градусной мере данного угла.

11. На данной полупрямой от её начала можно отложить только один отрезок данной линейной меры.

От данной полупрямой в данной полуплоскости можно отложить только один угол данной градусной меры.

12. Треугольник — это фигура, состоящая из трёх точек, не лежащих на одной прямой и трёх отрезков, попарно соединяющих эти точки.

13. Равными треугольниками называют такие треугольники, которые при наложении совмещаются всеми своими точками, или...

Такие, у которых все стороны и углы соответственно равны.

14. Прямые называются параллельными, если они лежат в одной плоскости и не пересекаются, сколько бы их ни продолжали.

15. ЧЕРЕЗ ДАННУЮ ТОЧКУ ВНЕ ПРЯМОЙ МОЖНО ПРОВЕСТИ ТОЛЬКО ОДНУ ПРЯМУЮ, ПАРАЛЛЕЛЬНУЮ ДАННОЙ.

16. Если прямая не проходит через вершину треугольника и пересекает одну из его сторон, то она непременно пересекает ещё одну сторону треугольника, но только одну.

17. Истина, которая принимается без доказательств.

18. Теорема — это истина, которая принимается после некоторых умозаключений.

19. Смежные углы — это такие углы, у которых одна сторона общая, а две другие — дополнительные полупрямые.

20. Сумма смежных углов равна 180°.

21. Острый угол более 0°, но менее 90°; тупой угол более 90°, но менее 180°; прямой угол равен 90°.

22. У вертикальных углов стороны одного являются дополнительными полупрямыми к сторонам другого.

23. Вертикальные углы равны.

24. Прямые, образующие при пересечении прямые углы.

25. ИЗ ДАННОЙ ТОЧКИ НА ДАННОЙ ПРЯМОЙ К ДАННОЙ ПРЯМОЙ В ДАННОЙ ПОЛУПЛОСКОСТИ МОЖНО ВОССТАВИТЬ ТОЛЬКО ОДИН ПЕРПЕНДИКУЛЯР.

26. Прямая, которая исходит из вершины угла и делит его пополам.

27. Если две стороны и угол, заключённый между ними одного треугольника, соответственно равны двум сторонам и углу, заключённому между ними другого треугольника, то такие треугольники равны.

Если сторона и два прилежащих к ней угла одного треугольника соответственно равны стороне и двум прилежащим к ней углам другого треугольника, то такие треугольники равны.

Если три стороны одного треугольника соответственно равны трём сторонам другого треугольника, то такие треугольники равны.

СЛЕДСТВИЕ. В равных треугольниках против равных сторон лежат равные углы и против равных углов лежат равные стороны.

28. Медиана — это отрезок, соединяющий вершину треугольника с серединой противоположной стороны.

29. Биссектриса треугольника — это отрезок биссектрисы угла треугольника, заключённый между вершиной и противоположной стороной.

30. Высота треугольника — это перпендикуляр, опущенный из вершины треугольника на противоположную сторону или на её продолжение.

— это перпендикуляр, опущенный из вершины треугольника на прямую, содержащую противоположную сторону.

31. Треугольник, у которого две стороны равны.

В равнобедренном треугольнике углы при основании равны.

32. Медиана угла при вершине равнобедренного треугольника является одновременно биссектрисой и высотой.

33. Если две прямые ПОРОЗНЬ параллельны одной и той же третьей, то они параллельны между собой.

34. При пересечении двух прямых третьей образуются 4 пары накрест лежащих углов, четыре пары односторонних углов и 4 пары соответственных углов.

35. Если при пересечении двух прямых третьей окажется, что какие-нибудь накрест лежащие углы равны, или какие-нибудь соответственные углы равны, или какие-нибудь односторонние углы в сумме равны 180°, то такие прямые параллельны.

36. Если две параллельные прямые пересечены третьей, то накрест лежащие углы равны, соответственные углы равны и односторонние углы в сумме равны 180°.

37. Сумма углов треугольника равна 180°.

СЛЕДСТВИЯ.

а) в равностороннем треугольнике все углы равны 60°.

б) в прямоугольном треугольнике сумма острых углов равна 90°.

в) в прямоугольном равнобедренном треугольнике острые углы равны 45°.

г) внешний угол треугольника равен сумме двух внутренних, не смежных с ним.

д) катет, лежащий против угла 30°, равен половине гипотенузы.

е) если два угла одного треугольника равны двум углам другого треугольника, то и третьи углы равны.

38. I. Если катеты одного треугольника равны катетам другого треугольника, то такие треугольники равны.

2. Если катет и прилежащий к нему острый угол одного треугольника соответственно равны катету и прилежащему к нему острому углу другого треугольника, то такие треугольники равны.

3. Если гипотенуза и острый угол одного треугольника соответственно равны гипотенузе и острому углу другого треугольника, то такие треугольники равны.

4. Если гипотенуза и катет одного треугольника соответственно равны гипотенузе и катету другого треугольника, то такие треугольники равны.

39. Из точки вне прямой на данную прямую можно опустить перпендикуляр и притом только один.

40. а) замкнутая плоская кривая, все точки которой равноудалены от центра, называется окружностью.

б) Круг — это часть плоскости, ограниченная окружностью.

в) Хорда — это отрезок, соединяющий две точки окружности.

г) Диаметр — это хорда, проходящая через центр.

д) Радиус — это отрезок, соединяющий центр с точкой на окружности.

е) Дуга — это часть окружности.

ж) Сектор — это часть круга, заключённая между двумя радиусами и дугой.

з) Сегмент — это часть круга, заключённая между хордой и дугой.

41. Геометрическое место точек — это все точки плоскости или пространства, обладающие одним и тем же свойством.

42. Центральный угол — это угол, вершина которого в центре, а стороны пересекают окружность.

43. У вписанного угла вершина лежит на окружности, а стороны пересекают окружность.

Вписанный угол измеряется половиной дуги, на которую он опирается.

Вписанный угол равен половине центрального, стороны которого проходят через те же точки окружности, что и стороны вписанного угла. А если вписанный угол тупой, то он дополняет половину центрального до 180°.

Первое определение классическое. Автор второго — Погорелов.

44. Три серединных перпендикуляра к сторонам треугольника пересекаются в одной точке, и эта точка является центром описанной окружности.

45. Три биссектрисы углов треугольника пересекаются в одной точке, и эта точка является центром вписанной окружности.

* * *

Работа по первому листу закончена и не стоит смущаться тем, что среди его вопросов отсутствует несколько определений (касательная, вписанная окружность...), теорем (о свойстве точек срединного перпендикуляра, о двух перпендикулярах к одной прямой...). Эти вопросы будут сами по себе рассмотрены в процессе работы по второму листу, а работа эта пройдёт в ближайшие несколько дней. Сейчас же пришла пора сделать ОГЛУШАЮЩИЙ ВЫВОД, исходящий из наивного вопроса, на который в многотысячных аудиториях учителей и научных работников следовал один-единственный ответ.

— Нужно ли для решения задачи с применением теоремы Пифагора знать доказательство теоремы Пифагора?

— Зачем?

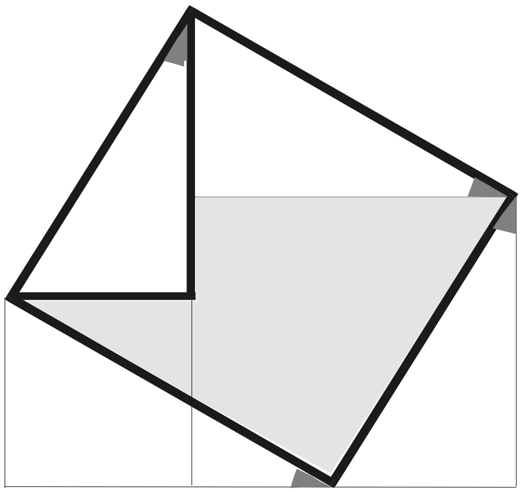
Вот именно: «Зачем?» У теоремы Пифагора около 150 доказательств, а при решении задач используется только сама теорема — «Квадрат гипотенузы равен сумме ккадратов катетов» или «Площадь квадрата, построенного на гипотенузе, равна сумме площадей квадратов, построенных на катетах». Значительно реже используется следствие: «Если сумма квадратов двух сторон треугольника равна квадрату третьей стороны, то такой треугольник прямоугольный». Владея этим оружием, можно начинать сражение с любой задачей, основанной на теореме Пифагора.

Знание ответов на 45 вопросов первого листа позволяет начинать решение любой задачи по курсу седьмого класса.

ЧЕРЕЗ ДВА ДНЯ ПОСЛЕ НАЧАЛА ИЗУЧЕНИЯ ГЕОМЕТРИИ МОЖНО ПРИСТУПАТЬ К РЕШЕНИЮ ЛЮБОЙ ЗАДАЧИ ИЗ УЧЕБНИКА 7-го КЛАССА!

Вот почему разнолетки 10-14 лет, занимаясь два раза в неделю по два часа в день от 4 октября до 11 ноября, получили одни только ОТЛИЧНЫЕ оценки на экзамене, который у них принимали 28 учителей математики всей страны.

Ведомость открытого решения задач с фамилиями учащихся по вертикали и номерами задач по горизонтали укрепляется на стенде уже на третьем уроке, и ребятам предоставляется право решать сколько угодно задач к любому уроку. Естественно, что первыми окажутся закрашенными вертикали клеточек каждого нового раздела - самые простые задачи. Одновременно ведомость будут рассекать вертикали задач, решаемых на уроке. Архипелаги клеточек задач, решённых ребятами по выбору, рассыпятся по всей акватории ведомости, и учителю остаётся только включать в планы уроков самые незаполненные вертикали задач. Однако же, основной упор в течение всего учебного года делается на сложные внепрограммные задачи, после решения которых в классе, задачи школьного учебника становятся для ребят простыми, доступными, и в ранцах появятся сборники задач повышенной сложности, олимпиадные и конкурсные задачи для поступающих в высшие учебные заведения. Но обо всём этом несколько позже. А сейчас ещё об одной, трудно воспринимаемой классической методикой, НЕВЕРОЯТНОСТИ.

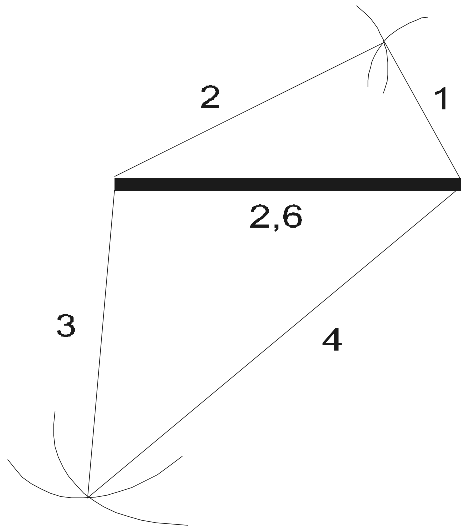


Сначала обратимся к одному из доказательств теоремы Пифагора. «Площадь квадрата, построенного на гипотенузе, равна сумме площадей квадратов, построенных на катетах». Через вершину квадрата проведём прямую, параллельную малому катету и опустим на неё три перпендикуляра. Еще один перпендикуляр - на больший катет. Образовались 4 прямоугольных треугольника. Они равны по гипотенузе и острому углу. Зелёный лоскут вместе с двумя верхними треугольниками составляет площадь квадрата, построенного на гипотенузе, и этот же лоскут вместе с двумя нижними треугольниками составляет сумму площадей квадратов, построенных на катетах.

И учитель, объясняющий эту теорему на уроке, и ученик, доказывающий её в классе на следующий день, вполне могут не пользоваться БУКВЕННОЙ СИМВОЛИКОЙ. Всё решают цвет, образность рассказа и взаимопонимание с каждым учеником класса. Разумеется, полностью исключить буквенную символику нельзя, да и не нужно, но прибегать к ней нужно только в случаях крайней необходимости.

Задача. (Н.А.Рыбкин, №401, § 3) Построить четырёхугольник, стороны которого 1 см, 2 см, 3 см, 4 см, а диагональ, проходящая между первой и четвёртой сторонами, равна 2,6 см.

Зрительно представив себе будущий четырёхугольник, легко видеть, что диагональ является общей стороной двух треугольников, у которых известны все стороны. Отсюда на бумагу ложится чертеж со всеми деталями построения.



Ни ученику при решении этой задачи не понадобится буквенная символика, ни учителю, проверяющему правильность решения по чертежу. Взгляд и — оценка! Это нужно видеть, с какой непринуждённостью дети ведут рассказы по цветным чертежам и как внимают этим рассказам ребята. Нет путаницы БУКВ, нет запредельно напряжённого внимания, исчезают ошибки. А на смену всему этому одна только легкость полета.

ВТОРОЙ ЛИСТ ГРУППОВОГО КОНТРОЛЯ

1. Теорема о пересечении сторон треугольника.
2. Теорема о свойстве смежных углов.
3. Теорема о единственности восставленного перпендикуляра.
4. Теорема о свойстве вертикальных углов.
5. Первый признак равенства треугольников.
6. Второй признак равенства треугольников.
7. Теорема о свойстве равнобедренного треугольника.
8. Обратная теорема о равнобедренном треугольнике.
9. Теорема о свойстве медианы равнобедренного треугольника.
10. Третий признак равенства треугольников (по Погорелову).
    (по Киселёву)
11. Теорема о двух прямых, параллельных третьей.
12. Теорема о двух перпендикулярах к одной прямой.
13. Сумма углов треугольника (по Киселёву) 2-й вариант.
    3-й вариант.
    4-й вариант.
14. Признаки параллельности прямых (по Погорелову)
15. (по Атанасяну).
16. Теорема о пересечении двух параллельных прямых третьей.
17. Теорема о единственности опущенного перпендикуляра
    (по Погорелову).
18. (по Атанасяну)
19. Первые три признака равенства прямоугольных треугольников.
20. Четвёртый признак равенства треугольников. Первый вариант.
    Второй вариант.
21. Теорема о свойстве касательной.
22. Обратная теорема о касательной.
23. Теорема о свойстве точек срединного перпендикуляра.
24. Теорема о свойстве точек биссектрисы угла.
25. Первая замечательная точка треугольника.
26. Вторая замечательная точка треугольника.
27. Теорема о соотношениях между сторонами и углами в треугольнике.
28. Построить треугольник по трём сторонам.

29. Построить угол, равный данному.
30. Провести биссектрису угла.
31. Разделить отрезок пополам.
32. Из данной точки на данной прямой к данной прямой восставить перпендикуляр.
33. Из точки вне прямой на данную прямую опустить перпендикуляр.
34. Теорема об углах с соответственно параллельными сторонами.
35. Теорема об углах с соответственно перпендикулярными сторонами.
36. Теорема о свойстве вписанного угла.

а) Сторона — диаметр.

б) Хорды по разные стороны от центра.

в) Хорды по одну сторону от центра.

г) Вписанный угол — тупой.

37. Из данной точки к данной окружности провести касательную.
38. Провести общую внешнюю касательную к двум окружностям.
39. Провести общую внутреннюю касательную к двум окружностям.
40. Угол, образованный касательной и хордой.
41. На данном отрезке построить сегмент, вмещающий данный угол.
42. Через точку вне прямой провести прямую, параллельную данной.

1. Д. Пусть прямая пересекает сторону АВ. Тогда точки А и В лежат в разных полуплоскостях. Если вершина С находится в одной полуплоскости с вершиной А (как на чертеже), то вершина В будет находиться в другой полуплоскости. Отсюда: АС не пересекается, ВС пересекается. Если же вершина С расположится в одной полуплоскости с вершиной В, то ВС не пересечётся, а АС пересечётся. Вершина С на прямую лечь не может, т.к. по условию прямая не проходит через вершину.

2. Д. У смежных углов одна сторона общая, а две другие — дополнительные полупрямые. А они образуют развёрнутый угол, который равен 180°. И внутри этого угла проходит луч, который делит его на две части, сумма градусных величин которых равна градусной мере этого угла, т.е. 180°.

3. Д. От левой полупрямой отложим угол 90°. Значит МОЖНО восставить перпендикуляр. От правой полупрямой отложим угол 90°. Если предположить, что перпендикуляры не совпадут, то образуются три угла по 90°. Третий – смежный с первым, и тогда получается, что от правой полупрямой в верхней полуплоскости отложены два угла по 90°, чего быть не может.

4. Д. $\angle 1$ и $\angle 3$ - смежные. Их сумма 180°.

Приравниваем левые части.

$\angle 2$ и $\angle 3$ - смежные, их сумма 180°.

5. Д. Совмещаем точки А и A_1. Луч АС совместим с лучом A_1C_1. Но так как отрезок АС равен отрезку A_1C_1, то точка С совместится с точкой C_1. А т.к. $\angle A=\angle A_1$, то луч АВ совместится с лучом A_1B_1. Но отрезок АВ равен отрезку A_1B_1, и точка В совместится с точкой B_1. А через две точки можно провести только одну прямую.

6. Д. Повторяются первые три строки. Далеее. $\angle C =\angle C_1$, значит, луч СВ совместится с лучом C_1B_1. Но два луча могут пересечься только в одной точке.

7. Д. Развернём ΔABC на 180° вокруг медианы из вершины и совместим углы при вершинах двух треугольников АВС и $C_{кр}BA_{кр}$. Они равны по двум сторонам и углу между ними, а в равных треугольниках против равных сторон лежат равные углы.

Такое вот, на первый взгляд, ненаучное доказательство дала этой теореме Наташа Нестерцова — «безмолвный холмик с большими, наполненными испугом глазами»*. Не станем торопиться с выводами.

8. Д. И снова-таки, по предложению Наташи, развернём ΔABC на 180° и совместим основание нового треугольника $C_{кр}A_{кр}B$ с основанием АС. Треугольники АВС и $C_{кр}BA_{кр}$ равны по стороне и двум прилежащим углам. А в равных треугольниках против равных углов лежат равные стороны. И снова - терпение.

9. Д. Треугольники равны по двум сторонам и углу, заключённому между ними. Против отрезков основания лежат половинки углов при вершине, а против боковых сторон лежат два равных угла, сумма которых 180°.

* В.Ф.Шаталов, Соцветие талантов, Москва, 2001 г., с.333

10. Д. Второй треугольник ПРИКЛАДЫВАЕМ основанием A_1C_1 к основанию АС и соединим вершину В с вершиной B_1. Образовались два равнобедренных треугольника с равными углами при основании — красные и коричневые, и теперь заданные треугольники равны по первому признаку.

На обложке учебника Киселёва крупными буквами написано: ПЛАНИМЕТРИЯ. При доказательстве третьего признака автор вышел за пределы плоскости и произвёл ПРОСТРАНСТВЕННОЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ, что и послужило предметом многочисленных споров и нападок на Андрея Петровича. Стоит ли теперь нападать на Наташу, которая ничего не знала об учебнике Киселёва?

10. (Погорелов). Д. Взяв за основу метод «от противного», автор предложил новое доказательство третьего признака. Как и в первых двух признаках, совместим основания треугольников. Если вершины В и B_1 совпадут, то и доказывать нечего. Если же не совпадут, то мы их соединим и получим два равнобедренных треугольника $A_1B_1B_2$ и $C_1B_1B_2$. Проведём в них медианы к основаниям, и обе они должны быть перпендикулярами из одной точки к B_1B_2, что невозможно.

11. Д. Если эти прямые пересекутся, то через точку плоскости пройдут две прямые, параллельные одной и той же третьей.

12. Д. Теорема. Два перпендикуляра к одной прямой параллельны. Предположим, что перпендикуляры пересекутся и отобразим чертёж зеркально в нижнюю полуплоскость. Получилась нелепость: Через две точки проходят две различные прямые! И вот уж в этой теореме, не найдя ничего лучшего, автор сам вынужден призвать на помощь СТЕРЕОМЕТРИЮ.

13. Геометрическая чехарда. Разбежавшись на дистанции в 40 изданий, Колмогоров прыгнул через Киселёва и подставил свою спину Погорелову. Спина Погорелова стала трамплином для Атанасяна. Чехарда продолжается, а папы, мамы, бабушки и дедушки никак не могут понять, в чём разница между доказательствами теоремы о сумме углов треугольника, если на них посмотреть одновременно. Разве только в том, что ученики М.П.Буловацкого из Могилёва называли третий треугольник НЕПРИЧЁСАННЫМ. Доказательство Погорелова умышленно опущено: сколько же можно над ним потешаться?

14. Д. Пусть коричневые накрест лежащие углы равны, а прямые всё же пересеклись. Слева. Отложим отрезок МР=КД и соединим точку Р с точкой Д. Треугольники КДМ и МДР равны по первому признаку. Тогда зелёные углы в них равны. Но этого не может быть, т.к. в ΔМДР два угла не могут составлять 180°.

15. Этот же признак Атанасян стремится доказать иначе.

Д. Снова-таки коричневые накрест лежащие углы равны. Делим АВ точкой К пополам и из неё опускаем перпендикуляр на АС. Откладываем ВМ = АС и соединяем точку К с точкой М. $_{Д}$АСК =$_{Д}$МВК по первому признаку. Отсюда ∠ КМВ =90°, т.к. он равен ∠ АСК.

Верно. ∠ ВКМ =∠ АКС. Безупречно. И вдруг! Стало быть эти углы вертикальные (?) и СКМ - прямая (?). Безосновательно! Задачу такого содержания предложил Погорелов, и для семиклассников она представляет значительную трудность. Концовка: СКМ всё же прямая,и два перпендикуляра к ней ПАРАЛЛЕЛЬНЫ. Ошибки в доказательстве нет. Есть безосновательное заключение. Такие проколы в каждом учебнике встречаются часто, и они - благодатное поле мысли для пытливых детских умов, о которых непременно будет написано в новых книгах. Другими авторами.

16. Д. Предположим, что накрест лежащие углы не равны и построим ∠ 2, равный ∠ 1, как показано на чертеже. Тогда новая прямая будет тоже параллельна нижней прямой, а две прямые, параллельно одной и той же третьей, через одну точку проходить не могут.

А теперь два одинаково хороших доказательства теоремы о единственности опущенного перпендикуляра.

17. Д. Через точку вне прямой проведём прямую, параллельную данной. Можно. К этой прямой из данной точки восставим перпендикуляр. Можно. Но перпендикуляр к одной из параллельных будет одновременно перпендикуляром и к другой. Следовательно, перпендикуляр опустить МОЖНО. Если предположить, что можно опустить ещё один перпендикуляр, то в образовавшемся треугольнике будут два прямых угла.

18. Д. Из данной точки к прямой под любым углом проведём наклонную и, построив такой же угол в нижней полуплоскости, отложим на его стороне такой же отрезок. Достроим чертёж до равнобедренного треугольника, и в нём биссектриса угла при вершине будет одновременно высотой. МОЖНО опустить перпендикуляр. Далее по Погорелову. Но зачем насыщать учебники новыми доказательствами, если по примеру Атанасяна такую же работу может выполнить каждый пятиклассник?

19. Д. Первые три признака равенства прямоугольных треугольников предельно просты, и их доказательства легко воспринимаются по чертежам.

20. Д. Два доказательства четвёртого признака резко отличаются друг от друга и потому рассмотрим оба.

Зеркально отобразив левый треугольник, приложим его к правому большим катетом. Два прямые угла образуют развёрнутый угол. В основании - прямая, и в равнобедренном треугольнике углы при основании равны. Всё свелось к третьему признаку равенства прямоугольных треугольников..

Но, как выясняется, можно обойтись и без отображения. Совмещаем треугольники прямыми углами и большими катетами. Предположим, что основания гипотенуз не совпадут. Тогда образуется равнобедренный треугольник с острым внешним углом, а два внутренних окажутся ТУПЫМИ.

21 - 22. Д. Логично и изящно доказываются СВОЙСТВО и ПРИЗНАК касательной. СВОЙСТВО.

Дана касательная.

Она имеет единственную общую точку с окружностью.

Все остальные точки этой прямой лежат вне окружности.

Радиус, проведенный в точку касания, — кратчайшее расстояние до прямой.

Радиус перпендикулярен к касательной.

Для доказательства ПРИЗНАКА касательной достаточно все эти предложения прочитать снизу вверх.

Это при условии, если за касательной оставить право называться ПРЯМОЙ, ИМЕЮЩЕЙ ЕДИНСТВЕННУЮ ОБЩУЮ ТОЧКУ С ОКРУЖНОСТЬЮ.

Если же идти по линии Погорелова и определять ее как ПРЯМУЮ, ПЕРПЕНДИКУЛЯРНУЮ РАДИУСУ В КОНЕЧНОЙ ЕГО ТОЧКЕ НА ОКРУЖНОСТИ, то из КАСАТЕЛЬНОЙ ОНА превращается в ПЕРПЕНДИКУЛЯРНУЮ.

23. Теорема. Любая точка срединного перпендикуляра равноудалена от концов отрезка.

Д. Имеем два треугольника с равными катетами. Отсюда следует равенство гипотенуз.

24. Теорема. Любая точка биссектрисы угла равноудалена от его сторон.

Д. Прямоугольные треугольники равны по гипотенузе и острому углу. Следовательно, равны и их катеты — кратчайшие расстояния от точки на биссектрисе до сторон угла.

25. Д. Точка пересечения двух срединных перпендикуляров находится на одинаковом расстоянии от вершин треугольника. Третий срединный перпендикуляр также придёт в эту точку, т.к. она находится на равных расстояниях от концов третьей стороны.

Если уж быть до конца строгими, то следует доказать, что два срединных перпендикуляра к сторонам треугольника ПЕРЕСЕКАЮТСЯ. У Киселёва это доказано со всей строгостью. Более поздние авторы принимают это положение без доказательства. Есть над чем подумать ребятам.

26. Д. Точка пересечения двух биссектрис равноудалена от всех трёх сторон треугольника, и это удаление является радиусом вписанной окружности: все стороны перпендикулярны к радиусам в конечных их точках. Третья биссектриса непременно придёт в эту же точку, так как она одинаково удалена от сторон третьего угла.

27. ТЕОРЕМА. Во всяком треугольнике против большей стороны; лежит больший угол.

Д. Отложим меньшую сторону на большей. Один из углов при основании равнобедренного треугольника, будучи внешним по отношению к нижнему треугольнику, больше его внутреннего угла (3). Но тогда угол треугольника (4) тем более больше $\angle 3$, т.к. угол при основании равнобедренного треугольника меньше $\angle 4$.

28.- 33. Пришла пора чертёжных инструментов.

ЗАДАЧИ НА ПОСТРОЕНИЕ

Самая простая теория и самые замысловатые задачи. И построения, и доказательства безупречно воспринимаются всеми ребятами на уроке, и потому к чертежам на листе всего несколько дополнений.

28. За основу можно взять любую из трёх сторон и на каждой можно построить 4 треугольника. А всего 12. Но задача имеет

ЕДИНСТВЕННОЕ решение, т.к. все эти треугольники равны по трём сторонам.

Пересечение дуг не произойдёт, если две меньшие стороны будут в сумме меньше третьей стороны или равны ей. 31 - 32 - 33. У этих задач абсолютно одинаковые доказательства.

Две точки равноудалены от концов отрезка и потому лежат на его срединном перпендикуляре.

ТЕОРЕМА. Если стороны одного угла соответственно параллельны сторонам другого угла, то такие углы равны, если они острые, или в сумме равны 180°, если один из них острый, а другой – тупой.

Д. Продолжим стороны углов до пересечения. Образуются две пары соответственных углов.

Во второй части теоремы рассматриваются второй и третий утлы.

35. ТЕОРЕМА. Если стороны одного угла соответственно перпендикулярны сторонам другого угла, то такие углы или равны , или в сумме равны 180°.

Д. В вершине $\angle$ 1 проводим перпендикуляры к его сторонам. $\angle$ 1 =$\angle$ З, т.к. каждый из них вместе с $\angle$ 4 образуют прямые углы. Но $\angle$ 2 =$\angle$ 3, как углы с соответственно параллельными сторонами. Во второй части вводится тупой угол, как и в предыдущей теореме.

36. Д. а) Внешний угол (З) равен сумме двух внутренних (I и 2), но стороны треугольника - радиусы окружности. $\angle$ 1=$\angle$ 2. Значит $\angle$ 1 равен половине центрального угла.

б) Хорды расположены по разные стороны от центра. Тогда $\angle$ 1 равен половине $\angle$ 3, а $\angle$ 2 равен половине $\angle$ 4, а весь вписанный угол равен половине центрального угла.

в) Хорды расположены по одну сторону от диаметра. Для $\angle$ 3 и $\angle$ 2 теорема доказана: у каждого одна из сторон является диаметром. Искомый $\angle$ 1 = $\angle$ З - $\angle$ 2. Остальное - алгебра.

г) К алгебраическим выкладкам одно только пояснение: сумму углов 3 и 4 заменяем на 360 - $\angle$ Ц. Раскрыв скобки, получаем окончательное выражение: 180° - 1\2 $\angle$ Ц

Случай г) Погорелов вынужден рассматривать, т.к. искусственно из геометрии он исключает углы более 180°. Но уже во втором полугодии пятиклассники (или шестиклассники) начинают изучение курса тригонометрии, где на каждой странице встречаются углы

180°-α, 270° - α, 360° - α. Как и чем можно оправдать искусственность ограничения углов?

37. ***Анализ.*** Предположим, что задача решена. Тогда радиус, проведенный в точку касания перпендикулярен к касательной, и гипотенузу прямоугольного треугольника можно считать диаметром вспомогательной окружности. Делим диаметр пополам, проводим эту окружность и получаем две точки касания.

Построение. Соединяем данную точку с центром, делим полученный отрезок пополам. Ставим ножку циркуля в эту середину и радиусом, равным половине отрезка, проводим дугу, дважды пересекая окружность. Соединяем точки пересечения с данной точкой. Получаем две касательных.

Доказательство. Проводим радиус в точку пересечения дуги с окружностью. Образовался угол с вершиной на окружности и опирающийся на диаметр. Он равен 90°. Следовательно, прямая перпендикулярна радиусу в конечной его точке на окружности и является касательной.

38. ***Анализ.*** Предположим, что касательная проведена. Радиус из центра большей окружности перпендикулярен к ней. Но если из центра меньшей окружности провести прямую, параллельно касательной, то она сама станет касательной к окружности, радиус которой равен разности радиусов данных окружностей. Эту третью окружность мы построить МОЖЕМ. Провести к ней касательную из центра меньшей окружности МОЖЕМ. Провести прямую, параллельную этой касательной через конец радиуса большой окружности, МОЖЕМ.

Построение. Находим отрезок R-Z. Это радиус вспомогательной окружности. Из центра малой окружности проводим касательную к вспомогательной окружности. В точку касания проводим радиус большой окружности. Через его конец проводим прямую параллельно касательной.

Доказательство. Из центра меньшей окружности опускаем перпендикуляр на полученную прямую. Образуется прямоугольник, т.к. у него три угла прямые. Его меньшие стороны равны, левая из них — радиус меньшей окружности, и перпендикуляр — тоже радиус меньшей окружности, и наша прямая перпендикулярна к нему в конечной его точке на окружности. Получили общую внешнюю касательную. Задача имеет второе решение.

39. ***Анализ.*** Предположим, что касательная проведена. Проведём радиус в точку касания большей окружности. Если теперь из центра меньшей окружности провести прямую параллельно обшей касательной, то она станет касательной к окружности, радиус которой равен сумме радиусов данных окружностей, т.к. образует с радиусом прямой угол, опирающийся на диаметр вспомогательной окружности, равный R+Z. Имея сумму радиусов, мы можем провести вспомогательную окружность, а к ней — касательную из центра меньшей окружности. Прямая, параллельная этой касательной, и будет общей внутренней касательной.

Построение. Радиусом, равным сумме радиусов данных окружностей, проводим новую окружность с центром в центре большей окружности. Из центра малой окружности проводим касательную к этой окружности. Проводим радиус в точку касания. Через точку его пересечения с большей окружностью проводим прямую, параллельную касательной.

Доказательство. Из центра малой окружности опускаем перпендикуляр на полученную прямую. Образовался прямоугольник, т.к. у него три угла прямые. Его меньшие стороны равны радиусу малой окружности, и полученная прямая перпендикулярна радиусу в конечной его точке на окружности.

Задача имеет два решения.

40. Д. Проводим диаметр в точку касания. Он перпендикулярен хорде, делит её и обе дуги окружности пополам. Соединяем точку касания с концом хорды. Один из зелёных углов — вписанный. Он измеряется половиной дуги, на которую опирается. Второй зелёный по величине такой же, и дуга, заключенная между его сторонами, такая же.

Свойство диаметра, перпендикулярного хорде, доказывается простым перегибанием чертежа вокруг диаметра.

41. Д. На данном отрезке построить сегмент, вмещающий даный угол — это значит найти на плоскости все точки, из которых данный отрезок виден под данным углом. Это возможно, когда отрезок является хордой, а угол будет вписанным и опираться на эту хорду.

Анализ. Центр окружности лежит на диаметре, перпендикулярном хорде.

Перпендикуляр построить МОЖЕМ. Такой же по величине угол может быть образованным касательной и хордой. Его мы построить МОЖЕМ. Но радиус, проведенный в точку касания, перпендикулярен к касательной. Восставить перпендикуляр МОЖЕМ. Пересечение радиуса и срединного перпендикуляра определяет центр окружности.

Построение. Проводим срединный перпендикуляр к данному отрезку. В конечной точке отрезка строим угол, равный данному, и в вершине этого угла восстанавливаем перпендикуляр ко второй его стороне. Пересечение двух перпендикуляров определяет центр окружности, из любой точки которой данный отрезок виден под данным углом.

Доказательство. Любой угол с вершиной на дуге сегмента и сторонами, проходящими через концы хорды, вписанный, и он равен углу между касательной и хордой. Оба они измеряются половиной одной и той же дуги.

Второе решение задачи симметрично первому относительно данного отрезка.

42. И анализ, и построение, и доказательство этой задачи легко смотрятся на чертеже.

* * *

Спокойное, неторопливое доказательство всех задач-теорем требует не более 40 минут, после чего следует второй рассказ, в ходе которого вопросы 4, 11, 12, 13, 19, 23, 24, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34 и 42 бегло проговариваются - они предельно просты. Остальные 32 излагаются обстоятельно. После этого - ответы на вопросы, и работа по второму листу группового контроля завершена. Продолжительность её не более 60 минут. Это режим работы семинаров.

Разнолетки 10-14 лет изучили курс за 4 недели, работая по 4 часа в неделю. Ещё неделя потребовалась для повторения и решения задач. На итоговом экзамене все 34 ученика получили 34 отличных оценки. Троим из них было по 8 лет. Остальные немного старше. Но! В течение этих пяти недель им довелось научиться работать с дробями, процентами и отношениями, освоить типовые задачи по арифметике и одолеть алгебру на уровне преобразований и алгебраических уравнений. Ограничимся этим. Дальше было ещё интереснее.

В подростковой Сланцевской колонии ребята работали три раза в день по 15 минут, и через пять дней все, как один, получили отличные оценки, хотя трудно сказать, чего было больше — радости на лицах малолетних преступников или слез на щеках экзаменовавших их учителей Ленинградской области. Режим работы в классе каждый учитель волен выбирать самостоятельно с ориентировкой на уровень подготовки и условия, в которых работают ребята. Однако же при всех самых неблагоприятных условиях во второй четверти следует приступить к изучению ТРИГОНОМЕТРИИ.

* * *

К окончанию курса практически каждому ученику доступно решить все 200 задач стабильного учебника.

Решение 100 задач завершается релейной работой. В неё включаются 60 более сложных задач, и ученик по выбору учителя за 45 минут воспроизводит решение 10 задач. Время на подготовку - не более трёх дней, хотя при желании ученик может её выполнять и в день завершения сотой задачи. Работа выполняется ИНДИВИДУАЛЬНО прямо на уроке. Ещё лучше, когда выполнение работы контролируется посторонними учителями. В экспериментальных классах Донецкой лаборатории под таким надзором было проведено более 1000 релейных работ, и в памяти — счастливые лица ребят, получавших отличные оценки, выставленные калмыками, белорусами, грузинами, армянами, казахами, туркменами. Познать это доступно каждому учителю, каждому ученику и каждой семье. Критерий: работа выполняется вторично, если решенными оказываются менее ВОСЬМИ задач, но такие неприятности случаются не чаще ОДНОЙ на ДВЕСТИ релейных работ.

Практика релейных работ никак не отрицает проведение традиционных контрольных и самостоятельных работ, и релейные работы являются промежуточным звеном между контрольными и самостоятельными.

Выполнение релейных работ, если присмотреться, пронизано многократным возвратом к уже решенным задачам, что у не в меру ретивых критиков вызывает обвинения в натаскивании на результат с далеко идущими физиологическими обобщениями. Беспочвенные сомнения!

Педагогическая теорема. Многократный возврат к ранее решённым задачам не оказывает негативного влияния на умственную деятельность и психику людей.

Д. Если бы негативные последствия имели место, то первыми пострадали бы от этого УЧИТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ.

Уж им-то доводится возвращаться к решению одной и той же задачи ТЫСЯЧИ раз! А единожды решённая задача, как и первая ласточка, весны не делает.

Развитие мысли. Тысячелетиями при изучении геометрии повторяют одни и те же слова: АКСИОМА, ТЕОРЕМА, ЗАДАЧА, не утруждая себя простым обобщением, из которого следует, что ТЕОРЕМ, как таковых, в геометрии не существует. А существуют одни только АКСИОМЫ и ЗАДАЧИ. А из задач выделили в элитную категорию те, которые в практике решения других задач встречаются чаще, и, стало быть, любую теорему можно именовать задачей, равно как и любую задачу можно именовать теоремой. Нужно ли это доказывать? Ни в коей мере. Усилиями ведущих авторов эта истина оказалась доказанной сама по себе. Вспомним: прекрасный учебник Киселёва был выброшен на обочину школьной программы авторским коллективом Колмогорова, а после жесточайших дискуссий и сам был вытеснен Погореловым, призванным спасать миллионы школьников от нумерованных колмогоровских теорем. Задача оказалась непомерно сложной, и сам Погорелов в своих лекционных выступлениях говорил о том, что следовало бы возвратиться к Киселёву. Но это было чревато непредсказуемыми последствиями: за десятилетие издевательства над 50 миллионами ни в чём не повинных детей следовало снять с должностей весь отдел науки и учебных заведений ЦК КПСС, а вместе с ним и всё Министерство просвещения — одна только вопиющая методическая безграмотность была заложена в процесс изучения школьного курса геометрии. И Погорелов, сохраняя достойное лицо руководству, включил в свой учебник и Киселёва, и Колмогорова и, естественно, самого себя. Завершив работу над первым вариантом рукописи, он с ужасом убедился, что материал не укладывается ни в какие школьные расписания. И тогда... И тогда он разжаловал множество ТЕОРЕМ и поименовал из ЗАДАЧАМИ, что вызвало бурю со стороны учителей и независимых от минпроса учёных. После долгих колебаний спасать геометрию пригласили Атанасяна, который среди прочих «новшеств» возвратил низвергнутые Погореловы ТЕОРЕМЫ в их вековую ипостась. Решиться ли теперь кто-нибудъ опровергнуть теорему о решении задач? Теоремы ПОВТОРЯЛИ всегда, это же право повторения необходимо сегодня предоставить ЗАДАЧАМ.

И, наконец, далеко не последнее многоточие в авторской дискуссии по геометрии поставил издательский дом «Дрофа», разослав в 1995 году по стране 80 000 бесплатных экземпляров учебника А.П.Киселёва и сборника задач Н. А. Рыбкина, так сказать, в назидание неугомонным новым авторам.

Геометрия в содержании и развитии своём весьма своеобразна и в значительной мере отлична от алгебры. В известной степени можно даже говорить о склонности учащихся к геометрическим конструкциям или алгебраическим преобразованиям. Однако же проявляется это только за пределами стабильной школьной программы. Так, к примеру, в процессе подготовки ребят к республиканским и всесоюзным олимпиадам без раздумий включались в областную команду Володя Яновер и Витя Канунцев — они в равной мере стабильно решали задачи высокой сложности и по алгебре, и по геометрии. Что же относительно Клавы Науменко и Славы Андрюхина, то Клава более тяготела к алгебре, а Слава удивлял глубиной своего геометрического мышления. Дипломы победителей привозили все, но их своеобразие мышления оставалось неизменным.

И последнее. Не столь уж существенно, на сколько частей тот или иной учитель произведёт разбивку второго листа группового контроля, но после завершения работы над отдельными частями проводится опрос по всем теоремам одновременно, и тогда после получения итоговой отличной оценки у каждого ученика в ведомости будут стоять четыре отличных оценки — две за ответы по листам группового контроля и две за релейные работы. Совершенно очевидно, что общей итоговой оценкой становится ПЯТЁРКА, а все промежуточные оценки, полученные в ходе ответов за отдельные теоремы и по отдельным частям второго листа, теряют смысл, сводя к насмешке дискуссии о восьми, десяти и двенадцатибалльных системах.

Но не приведут ли сплошные отличные оценки к уравниловке, к нивелировке талантов, к монобалльной системе? Ответить на все эти вопросы совсем не трудно, но давайте сначала вместе с учениками получим эти пятёрки.

В.Ф. Шаталов.
Фамильная геометрия

Компьютерная верстка, макет - В.П. Давыдов