

# Тренировочная работа №1 по МАТЕМАТИКЕ

10 класс

6 февраля 2019 года

Вариант МА00309

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО \_\_\_\_\_ класс \_\_\_\_\_

## Инструкция по выполнению работы

На выполнение тренировочной работы по математике даётся 235 минут. Работа включает в себя 19 заданий и состоит из двух частей.

Ответом в заданиях части 1 (1–12) является целое число, или десятичная дробь, или последовательность цифр. Запишите ответ в отведённом для него месте на листе с заданиями.

В заданиях части 2 (13–19) требуется записать полное решение на отдельном чистом листе.

При выполнении работы нельзя пользоваться учебниками, рабочими тетрадями, справочниками, калькулятором.

При необходимости можно пользоваться черновиком. Записи в черновике проверяться и оцениваться не будут.

Выполнять задания можно в любом порядке, главное — правильно решить как можно больше заданий. Советуем Вам для экономии времени пропускать задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходить к следующему. Если после выполнения всей работы у Вас останется время, можно будет вернуться к пропущенным заданиям.

***Желаем успеха!***

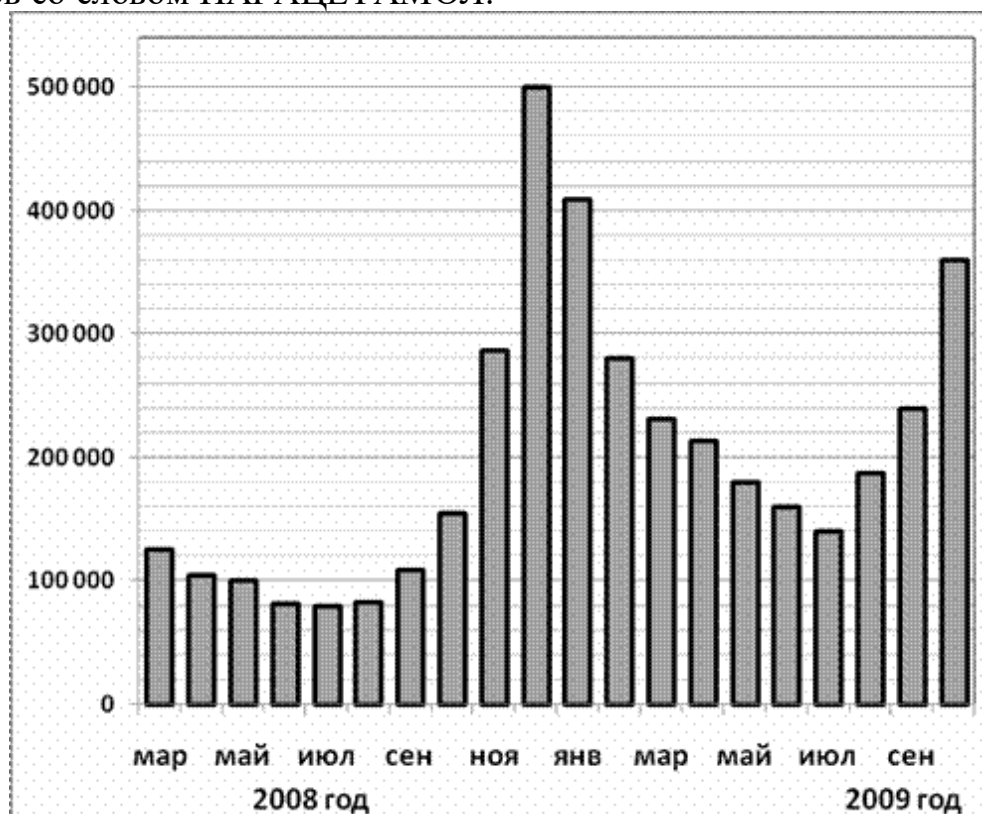
## Часть 1

**В заданиях 1–12 дайте ответ в виде целого числа, или десятичной дроби, или последовательности цифр.**

- 1** В магазине вся мебель продаётся в разобранном виде. Покупатель может заказать сборку мебели на дому, стоимость которой составляет 10 % от стоимости купленной мебели. Шкаф стоит 8400 рублей. Во сколько рублей обойдётся покупка этого шкафа вместе со сборкой?

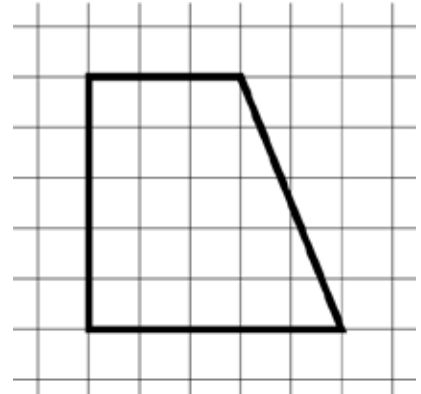
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2** На диаграмме показано количество запросов со словом ПАРАЦЕТАМОЛ, сделанных на поисковом сайте Yandex.ru во все месяцы с марта 2008 года по октябрь 2009 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — количество запросов за данный месяц. Определите по диаграмме, сколько было таких месяцев за данный период, когда было сделано более 300 000 запросов со словом ПАРАЦЕТАМОЛ.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3 На клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \times 1$  изображена трапеция. Найдите длину средней линии этой трапеции.



Ответ: \_\_\_\_\_.

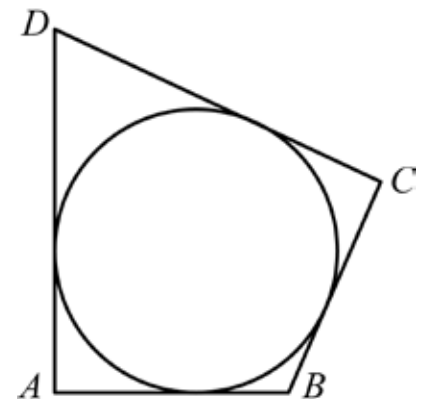
- 4 В магазине три продавца. Каждый из них занят с клиентом с вероятностью 0,5 независимо от других продавцов. Найдите вероятность того, что в случайный момент времени все три продавца заняты одновременно.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5 Решите уравнение  $\frac{x-5}{2x-7} = \frac{x-5}{x-8}$ . Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите больший из корней.

Ответ: \_\_\_\_\_.

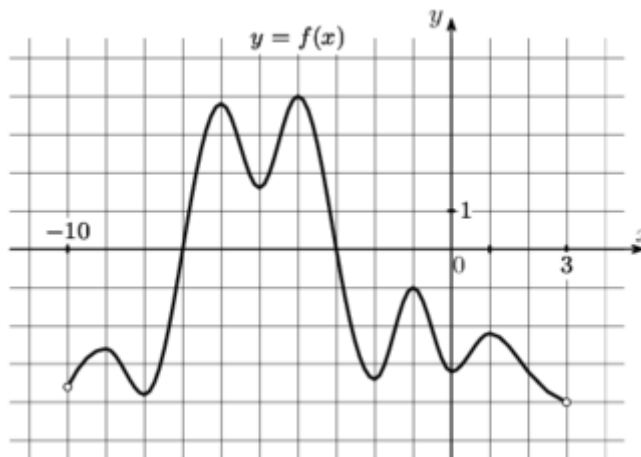
- 6 В четырёхугольник  $ABCD$ , периметр которого равен 56, вписана окружность,  $AB = 12$ . Найдите  $CD$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

7

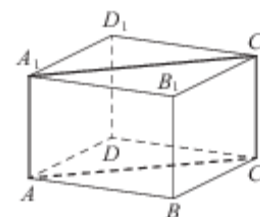
На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$ , определённой на интервале  $(-10; 3)$ . Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции  $y = f(x)$  параллельна прямой  $y = -3$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

8

В правильной четырёхугольной призме  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  ребро  $AA_1$  равно 9, а диагональ  $BD_1$  равна 15. Найдите площадь сечения призмы плоскостью, проходящей через точки  $A$ ,  $A_1$  и  $C$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

9

Найдите значение выражения  $a(49a^2 - 64) \frac{1}{7a+8} - \frac{1}{7a-8} \frac{1}{7}$  при  $a = 35,4$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**10** Независимое агентство намерено ввести рейтинг новостных интернет-изданий на основе показателей информативности  $In$ , оперативности  $Op$ , объективности публикаций  $Tr$ , а также качества сайта  $Q$ . Каждый отдельный показатель — целое число от 1 до 5.

Составители рейтинга считают, что объективность ценится вдвое, а информативность публикаций — вчетверо дороже, чем оперативность и качество сайта. Таким образом, формула приняла вид

$$R = \frac{4In + Op + 2Tr + Q}{A}.$$

Найдите, каким должно быть число  $A$ , чтобы издание, у которого все показатели максимальны, получило рейтинг 8.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**11** Игорь и Паша могут покрасить забор за 21 час. Паша и Володя могут покрасить этот же забор за 28 часов, а Володя и Игорь — за 36 часов. За сколько часов мальчики покрасят забор, работая втроем?

Ответ: \_\_\_\_\_.

**12** Найдите точку максимума функции  $y = \sqrt{29 + 2x - x^2}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

## Часть 2

**В заданиях 13–19 запишите полное решение на отдельном чистом листе.**

13 а) Решите уравнение  $2\cos^2\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \sqrt{2}\sin x$ .

б) Найдите все его корни, принадлежащие отрезку  $\left[-5\pi; -\frac{7\pi}{2}\right]$ .

14 Дан куб  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ . Точка  $K$  — середина ребра  $C_1 D_1$ .

а) Докажите, что расстояние от вершины  $A_1$  до прямой  $BK$  равно ребру куба.

б) Найдите угол между плоскостями  $KBA_1$  и  $BCC_1$ .

15 Решите неравенство  $x + 1 - \frac{4}{x+1} \geq \frac{6 - 4x - 2x^2}{x+2}$ .

16 Окружность, вписанная в ромб  $ABCD$ , касается сторон  $CD$  и  $BC$  в точках  $M$  и  $Q$  соответственно. Прямые  $AM$  и  $BQ$  пересекаются в точке  $P$ .

а) Докажите, что  $BP \cdot BQ = BC^2$ .

б) Найдите угол  $APC$ , если  $DM = 1$  и  $MC = 4$ .

17 В июле клиент планирует взять кредит в банке на сумму 6 млн рублей на некоторый срок (целое число лет). Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг возрастает на 20% по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;

— в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.

На сколько лет планирует клиент взять кредит, если наибольший годовой платёж составит 1,8 млн рублей?

**18** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$(3|x| + x - a)^2 = 18x^2 + 2(x - a)^2$$

имеет единственное решение на интервале  $(-1; 1)$ .

**19** Петя играет солдатиками из двух разных наборов. В первом наборе солдатиков меньше, чем во втором, но больше чем 46. А всего солдатиков у Пети меньше 111. Петя знает, что может построить колонну по несколько солдатиков в ряд так, что в каждом ряду будет одинаковое число солдатиков, большее 8, и при этом ни в каком ряду не будет солдатиков из разных наборов.

а) Сколько солдатиков может быть в первом наборе и сколько во втором? Приведите один пример.

б) Может ли Петя построить колонну указанным способом по 13 солдатиков в ряд?

в) Сколько всего солдатиков может быть у Пети? Укажите все возможные варианты.

# Тренировочная работа №1 по МАТЕМАТИКЕ

10 класс

6 февраля 2019 года

Вариант МА00310

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО \_\_\_\_\_ класс \_\_\_\_\_

## Инструкция по выполнению работы

На выполнение тренировочной работы по математике даётся 235 минут. Работа включает в себя 19 заданий и состоит из двух частей.

Ответом в заданиях части 1 (1–12) является целое число, или десятичная дробь, или последовательность цифр. Запишите ответ в отведённом для него месте на листе с заданиями.

В заданиях части 2 (13–19) требуется записать полное решение на отдельном чистом листе.

При выполнении работы нельзя пользоваться учебниками, рабочими тетрадями, справочниками, калькулятором.

При необходимости можно пользоваться черновиком. Записи в черновике проверяться и оцениваться не будут.

Выполнять задания можно в любом порядке, главное — правильно решить как можно больше заданий. Советуем Вам для экономии времени пропускать задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходить к следующему. Если после выполнения всей работы у Вас останется время, можно будет вернуться к пропущенным заданиям.

***Желаем успеха!***



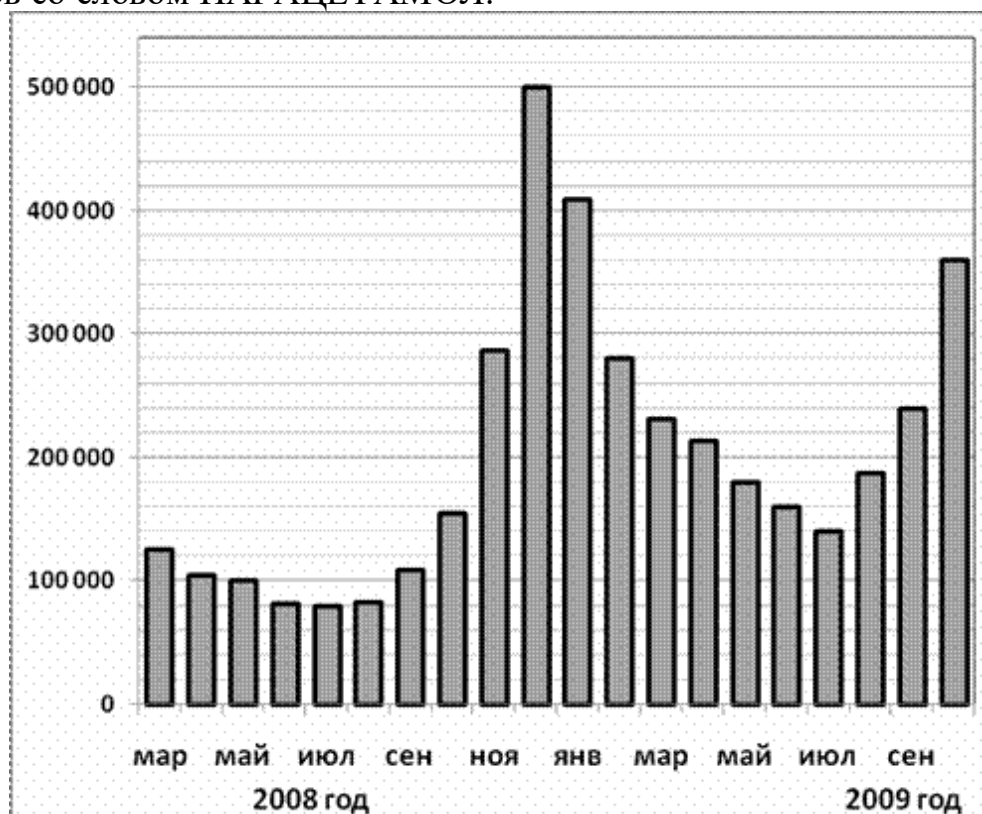
## Часть 1

**В заданиях 1–12 дайте ответ в виде целого числа, или десятичной дроби, или последовательности цифр.**

- 1** В магазине вся мебель продаётся в разобранном виде. Покупатель может заказать сборку мебели на дому, стоимость которой составляет 10 % от стоимости купленной мебели. Шкаф стоит 7800 рублей. Во сколько рублей обойдётся покупка этого шкафа вместе со сборкой?

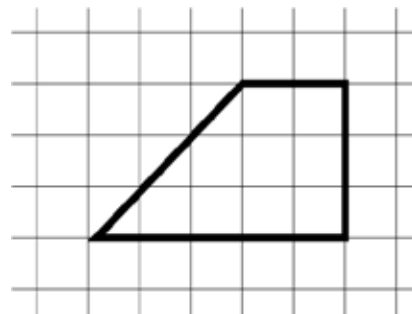
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2** На диаграмме показано количество запросов со словом ПАРАЦЕТАМОЛ, сделанных на поисковом сайте Yandex.ru во все месяцы с марта 2008 года по октябрь 2009 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — количество запросов за данный месяц. Определите по диаграмме, сколько было таких месяцев за данный период, когда было сделано более 200 000 запросов со словом ПАРАЦЕТАМОЛ.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3 На клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \times 1$  изображена трапеция. Найдите длину средней линии этой трапеции.



Ответ: \_\_\_\_\_.

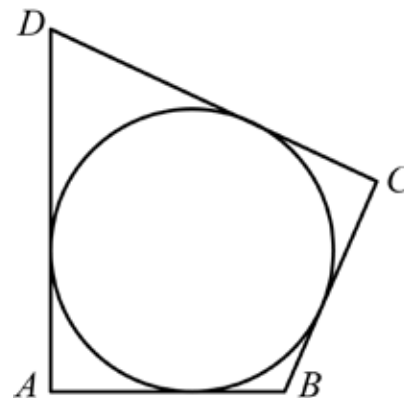
- 4 В магазине три продавца. Каждый из них занят с клиентом с вероятностью  $0,4$  независимо от других продавцов. Найдите вероятность того, что в случайный момент времени все три продавца заняты одновременно.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5 Решите уравнение  $\frac{x+5}{7x+11} = \frac{x+5}{6x+1}$ . Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите больший из корней.

Ответ: \_\_\_\_\_.

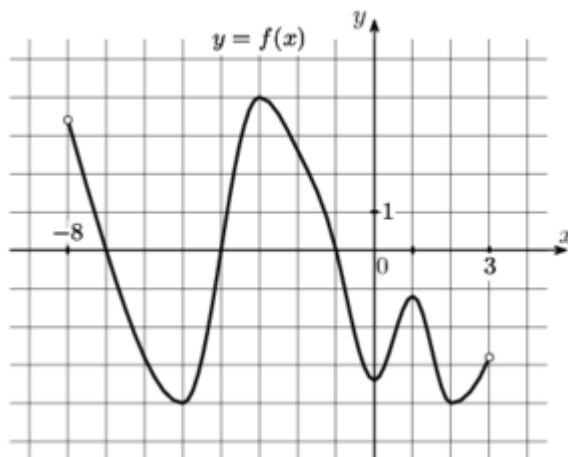
- 6 В четырёхугольнике  $ABCD$ , периметр которого равен  $68$ , вписана окружность,  $AB = 13$ . Найдите  $CD$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

7

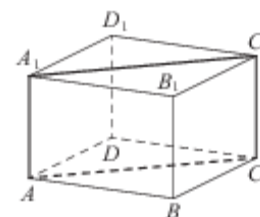
На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$ , определённой на интервале  $(-8; 3)$ . Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции  $y = f(x)$  параллельна прямой  $y = 18$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

8

В правильной четырёхугольной призме  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  ребро  $AA_1$  равно 14, а диагональ  $BD_1$  равна 50. Найдите площадь сечения призмы плоскостью, проходящей через точки  $A$ ,  $A_1$  и  $C$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

9

Найдите значение выражения  $a(25a^2 - 81) \left( \frac{1}{5a+9} - \frac{1}{5a-9} \right)$  при  $a = 12,6$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**10** Независимое агентство намерено ввести рейтинг новостных интернет-изданий на основе показателей информативности  $In$ , оперативности  $Op$ , объективности публикаций  $Tr$ , а также качества сайта  $Q$ . Каждый отдельный показатель — целое число от  $-2$  до  $2$ .

Составители рейтинга считают, что объективность ценится втрое, а информативность публикаций — вчетверо дороже, чем оперативность и качество сайта. Таким образом, формула приняла вид

$$R = \frac{4In + Op + 3Tr + Q}{A}.$$

Найдите, каким должно быть число  $A$ , чтобы издание, у которого все показатели максимальны, получило рейтинг  $9$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**11** Игорь и Паша могут покрасить забор за  $20$  часов. Паша и Володя могут покрасить этот же забор за  $21$  час, а Володя и Игорь — за  $28$  часов. За сколько часов мальчики покрасят забор, работая втроем?

Ответ: \_\_\_\_\_.

**12** Найдите точку максимума функции  $y = \sqrt{-62 - 16x - x^2}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

## Часть 2

**В заданиях 13–19 запишите полное решение на отдельном чистом листе.**

**13** а) Решите уравнение  $2\cos^2\left(\frac{3}{2}\pi + x\right) = \sqrt{3}\sin x$ .

б) Найдите все его корни, принадлежащие отрезку  $\left[-\frac{3\pi}{2}; -\frac{\pi}{2}\right]$ .

**14** Дан куб  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ . Точка  $K$  — середина ребра  $C_1 D_1$ .

а) Докажите, что расстояние от вершины  $A_1$  до прямой  $BK$  равно ребру куба.

б) Найдите угол между плоскостями  $KBA_1$  и  $ADD_1$ .

**15** Решите неравенство  $x + 3 - \frac{16}{x+3} \geq \frac{14 - 12x - 2x^2}{x+1}$ .

**16** Окружность, вписанная в ромб  $ABCD$ , касается сторон  $CD$  и  $BC$  в точках  $M$  и  $Q$  соответственно. Прямые  $AM$  и  $BQ$  пересекаются в точке  $P$ .

а) Докажите, что  $BP \cdot BQ = BC^2$ .

б) Найдите угол  $APC$ , если  $DM = 4$  и  $MC = 9$ .

**17** В июле клиент планирует взять кредит в банке на сумму 28 млн рублей на некоторый срок (целое число лет). Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг возрастает на 25% по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;

— в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.

На сколько лет планирует клиент взять кредит, если наибольший годовой платёж составит 9 млн рублей?

**18** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$(2|x| + x + a)^2 = 8x^2 + 2(x + a)^2$$

имеет единственный корень на интервале  $(-1; 1)$ .

**19** Коля играет солдатиками из двух разных наборов. В первом наборе солдатиков меньше, чем во втором, но больше чем 50. А всего солдатиков у Коли меньше 120. Коля знает, что может построить колонну по несколько солдатиков в ряд так, что в каждом ряду будет одинаковое число солдатиков, большее 7, и при этом ни в каком ряду не будет солдатиков из разных наборов.

а) Сколько солдатиков может быть в первом наборе и сколько во втором? Приведите один пример.

б) Может ли Коля построить колонну указанным способом по 11 солдатиков в ряд?

в) Сколько всего солдатиков может быть у Коли? Укажите все возможные варианты.