

Тренировочная работа №5 по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

19 апреля 2019 года

Вариант МА10511

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \times \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \times \cos \beta + \cos \alpha \times \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \times \cos \beta - \sin \alpha \times \sin \beta$$

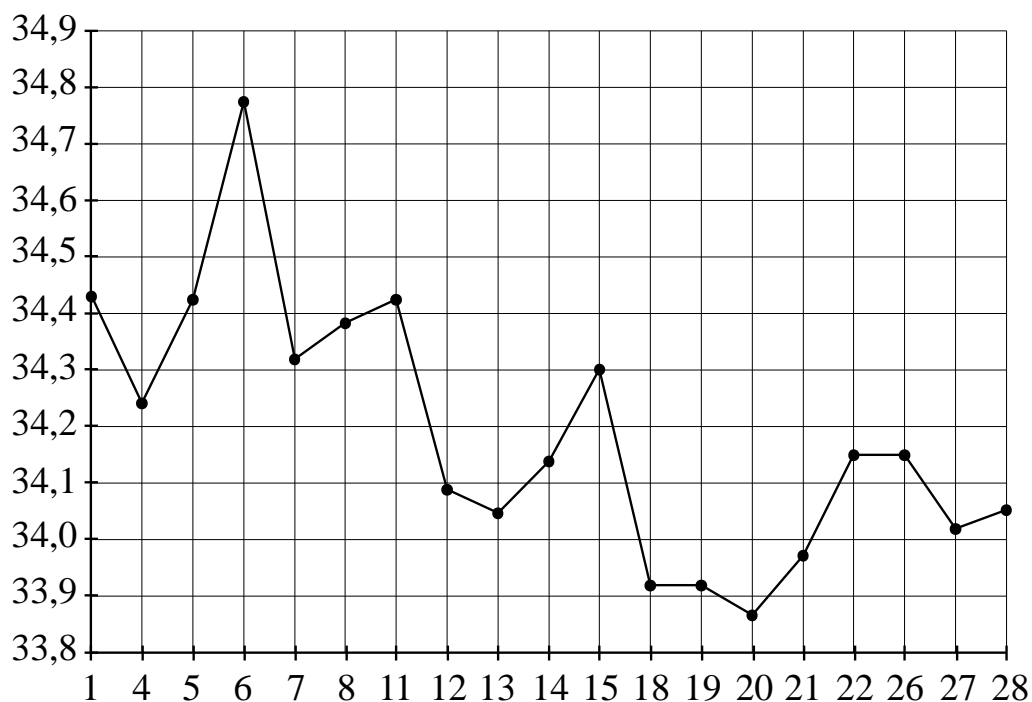
Часть 1

Ответом к каждому из заданий 1–12 является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

- 1** При оплате услуг через платёжный терминал взимается комиссия 3 %. Терминал принимает суммы, кратные 10 рублям. Месячная плата за интернет составляет 550 рублей. Какую наименьшую сумму (в рублях) нужно положить в приёмное устройство терминала, чтобы на счету фирмы, предоставляющей интернет-услуги, оказалась сумма, не меньшая 550 рублей?

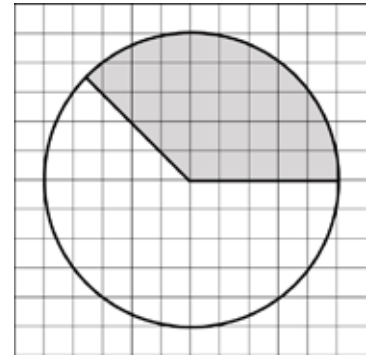
Ответ: _____.

- 2** На рисунке жирными точками показан курс евро, установленный Центробанком РФ, во все рабочие дни с 1 февраля по 28 февраля 2003 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена евро в рублях. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, какой был курс евро 15 февраля. Ответ дайте в рублях.



Ответ: _____.

- 3 На клетчатой бумаге изображён круг. Какова площадь круга, если площадь заштрихованного сектора равна 33?



Ответ: _____.

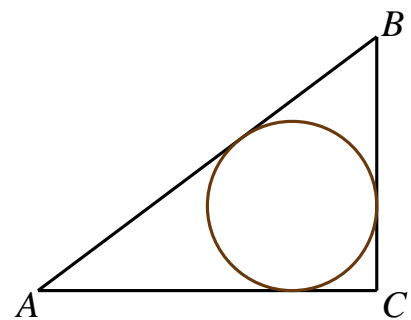
- 4 В Волшебной стране бывает два типа погоды: хорошая и отличная, причём погода, установившись утром, держится неизменной весь день. Известно, что с вероятностью 0,9 погода завтра будет такой же, как и сегодня. 24 июля погода в Волшебной стране хорошая. Найдите вероятность того, что 27 июля в Волшебной стране будет отличная погода.

Ответ: _____.

- 5 Решите уравнение $\frac{23x}{2x^2 + 15} = 2$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший из корней.

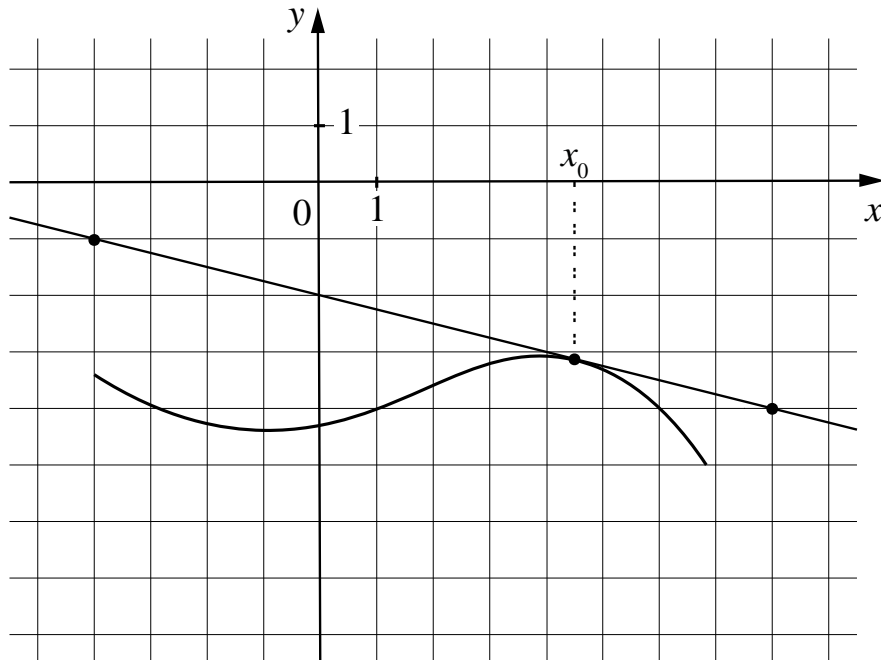
Ответ: _____.

- 6 В треугольнике ABC $AC = 24$, $BC = 10$, угол C равен 90° . Найдите радиус вписанной окружности.



Ответ: _____.

- 7** На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .



Ответ: _____.

- 8** Диаметр основания конуса равен 30, а длина образующей — 25. Найдите площадь осевого сечения этого конуса.



Ответ: _____.

Часть 2**9**

Найдите значение выражения $\frac{6^{\sqrt{2}} \times 5^{\sqrt{2}}}{30^{\sqrt{2}-1}}$.

Ответ: _____.

10

Наблюдатель находится на высоте h , выраженной в метрах. Расстояние от наблюдателя до наблюдаемой им линии горизонта, выраженное в километрах, вычисляется по формуле $l = \sqrt{\frac{Rh}{500}}$, где $R = 6400$ км — радиус Земли. На какой высоте находится наблюдатель, если он видит линию горизонта на расстоянии восьми километров? Ответ выразите в метрах.

Ответ: _____.

11

По двум параллельным железнодорожным путям друг навстречу другу следуют скорый и пассажирский поезда, скорости которых равны соответственно 75 км/ч и 55 км/ч. Длина пассажирского поезда равна 300 метрам. Найдите длину скорого поезда, если время, за которое он прошёл мимо пассажирского поезда, равно 18 секундам. Ответ дайте в метрах.

Ответ: _____.

12

Найдите точку максимума функции $y = 23 + 64x - \frac{x^3}{3}$.

Ответ: _____.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13

а) Решите уравнение

$$25^{\log_5(\sin x)} + 0,5 \times 2^{\log_4(3 \cos^2 x)} = 1.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{7\pi}{8}; 5\pi\right]$.

14 В основании правильной четырёхугольной пирамиды $MABCD$ лежит квадрат $ABCD$. Противоположные боковые рёбра пирамиды попарно перпендикулярны. Через середины рёбер MA и MB проведена плоскость α , параллельная ребру MC .

а) Докажите, что плоскость α параллельна грани CMD .

б) Найдите площадь сечения пирамиды $MABCD$ плоскостью α , если $AM = 12$.

15 Решите неравенство $\frac{35^{|x|} - 5^{|x|} - 5 \cdot 7^{|x|} + 5}{2\sqrt{x+2} + 1} \geq 0$.

16 Окружность проходит через вершины B и C треугольника ABC и пересекает стороны AB и AC в точках C_1 и B_1 соответственно.

а) Докажите, что треугольник ABC подобен треугольнику AB_1C_1 .

б) Вычислите радиус данной окружности, если $\angle A = 45^\circ$, $B_1C_1 = 6$ и площадь треугольника AB_1C_1 в восемь раз меньше площади четырёхугольника BCB_1C_1 .

17 В июле Денис планирует взять в кредит 3,2 млн рублей. Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг возрастает на 10 % по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года Денис должен выплатить некоторую часть долга.

На какое минимальное количество лет Денис может взять кредит, чтобы ежегодные выплаты были не более 850 тысяч рублей?

18 Найдите все значения a , при каждом из которых множество значений функции

$$y = \frac{5a + 150x - 10ax}{100x^2 + 20ax + a^2 + 25}$$

содержит отрезок $[0;1]$.

19 а) Приведите пример целого числа n , не кратного 7, при котором дробь $\frac{n^3 + n^2 + 7n}{n^2 + n - 7}$ сократима.

б) Может ли дробь $\frac{n^3 + n^2 + 7n}{n^2 + n - 7}$ быть сократимой на 2 при каком-то целом n ?

в) Сколько существует натуральных n , не превосходящих 100, при которых эта дробь сократима?

Тренировочная работа №5 по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

19 апреля 2019 года

Вариант МА10512

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \times \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \times \cos \beta + \cos \alpha \times \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \times \cos \beta - \sin \alpha \times \sin \beta$$

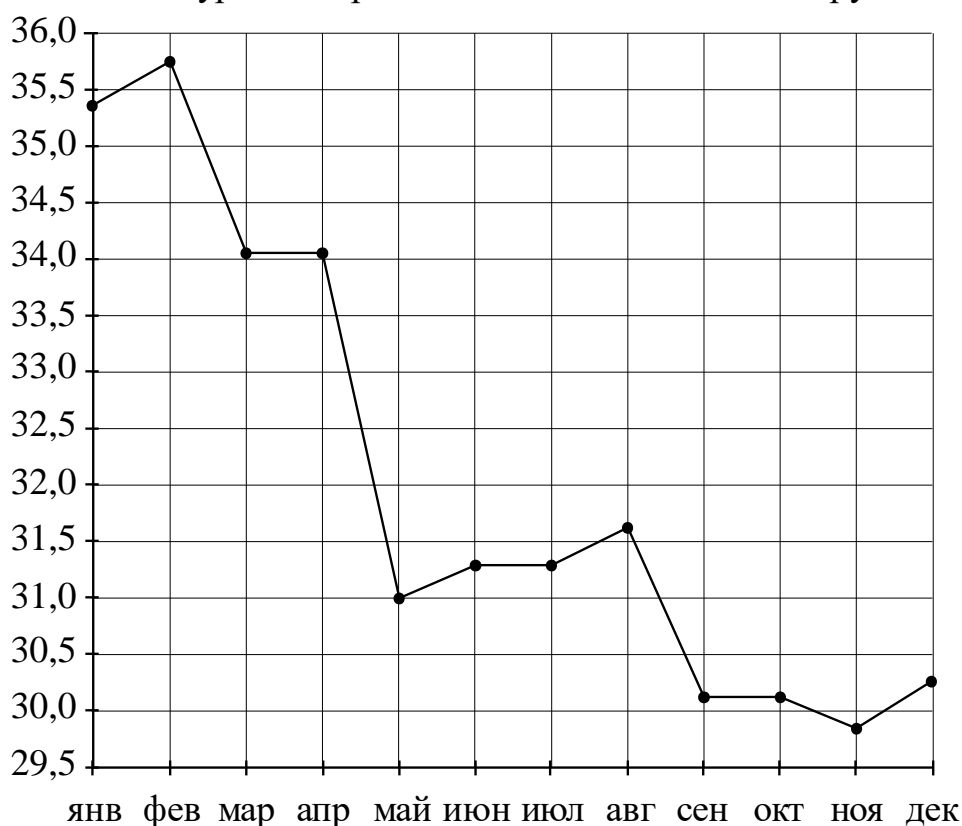
Часть 1

Ответом к каждому из заданий 1–12 является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

- 1** При оплате услуг через платёжный терминал взимается комиссия 1 %. Терминал принимает суммы, кратные 10 рублям. Месячная плата за интернет составляет 350 рублей. Какую наименьшую сумму (в рублях) нужно положить в приёмное устройство терминала, чтобы на счету фирмы, предоставляющей интернет-услуги, оказалась сумма, не меньшая 350 рублей?

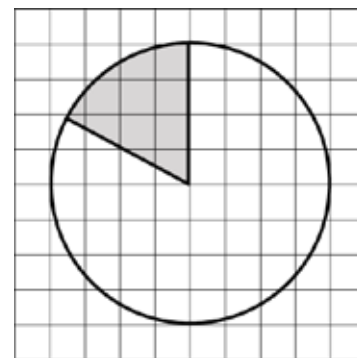
Ответ: _____.

- 2** На рисунке жирными точками показан курс доллара, установленный Центробанком РФ, на конец каждого месяца 2009 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — цена доллара в рублях. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, какой был курс доллара в конце мая. Ответ дайте в рублях.



Ответ: _____.

- 3 На клетчатой бумаге изображён круг. Какова площадь круга, если площадь заштрихованного сектора равна 9?



Ответ: _____.

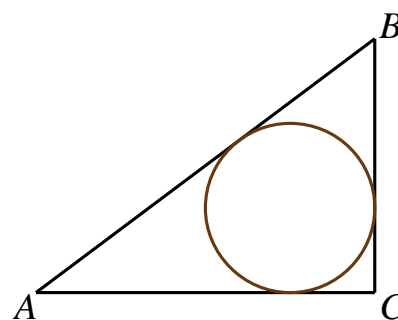
- 4 В Волшебной стране бывает два типа погоды: хорошая и отличная, причём погода, установившись утром, держится неизменной весь день. Известно, что с вероятностью 0,8 погода завтра будет такой же, как и сегодня. 18 апреля погода в Волшебной стране хорошая. Найдите вероятность того, что 21 апреля в Волшебной стране будет отличная погода.

Ответ: _____.

- 5 Решите уравнение $\frac{19x}{x^2 - 23} = 2$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший из корней.

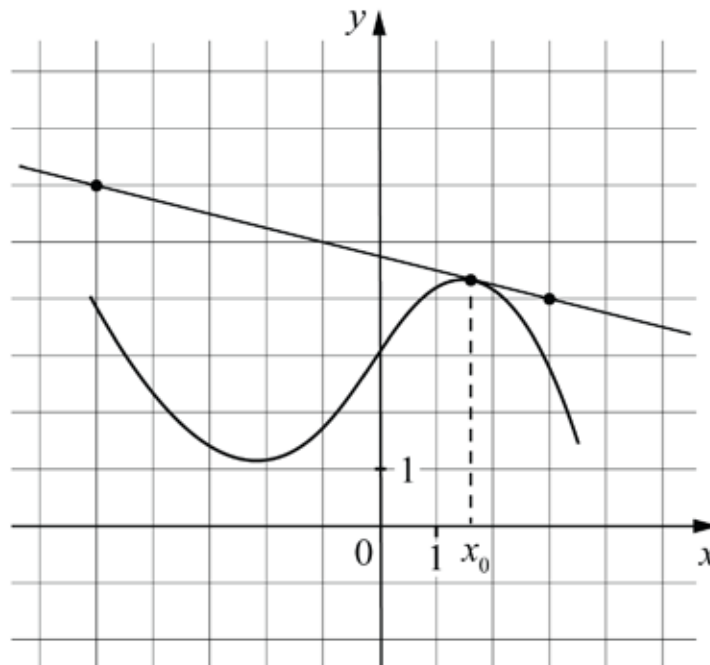
Ответ: _____.

- 6 В треугольнике ABC $AC = 20$, $BC = 4,5$, угол C равен 90° . Найдите радиус вписанной окружности.



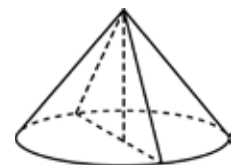
Ответ: _____.

- 7** На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .



Ответ: _____.

- 8** Диаметр основания конуса равен 36, а длина образующей — 30. Найдите площадь осевого сечения этого конуса.



Ответ: _____.

Часть 2**9**

Найдите значение выражения $\frac{7^{\sqrt{8}} \times 5^{\sqrt{8}}}{35^{\sqrt{8}-1}}$.

Ответ: _____.

10

Наблюдатель находится на высоте h , выраженной в метрах. Расстояние от наблюдателя до наблюдаемой им линии горизонта, выраженное в километрах, вычисляется по формуле $l = \sqrt{\frac{Rh}{500}}$, где $R = 6400$ км — радиус Земли. На какой высоте находится наблюдатель, если он видит линию горизонта на расстоянии 4,8 километра? Ответ выразите в метрах.

Ответ: _____.

11

По двум параллельным железнодорожным путям друг навстречу другу следуют скорый и пассажирский поезда, скорости которых равны соответственно 80 км/ч и 40 км/ч. Длина пассажирского поезда равна 350 метрам. Найдите длину скорого поезда, если время, за которое он прошёл мимо пассажирского поезда, равно 24 секундам. Ответ дайте в метрах.

Ответ: _____.

12

Найдите точку максимума функции $y = 11 + 25x - \frac{x^3}{3}$.

Ответ: _____.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13

а) Решите уравнение

$$4^{\log_2(-\cos x)} + 2^{-1,5} \times 3^{\log_9(2\sin^2 x)} = 1.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6} \right]$.

14 В основании правильной четырёхугольной пирамиды $MABCD$ лежит квадрат $ABCD$. Противоположные боковые рёбра пирамиды попарно перпендикулярны. Через середины рёбер MA и MB проведена плоскость α , параллельная ребру MD .

а) Докажите, что плоскость α параллельна грани CMD .

б) Найдите площадь сечения пирамиды $MABCD$ плоскостью α , если $AM = 8$.

15 Решите неравенство $\frac{3^{|x|} \times 2^x - 2^x - 8 \times 3^{|x|} + 8}{2^{\sqrt{x}} - 2} \geq 0$.

16 Окружность проходит через вершины B и C треугольника ABC и пересекает стороны AB и AC в точках C_1 и B_1 соответственно.

а) Докажите, что треугольник ABC подобен треугольнику AB_1C_1 .

б) Вычислите радиус данной окружности, если $\angle A = 30^\circ$, $B_1C_1 = 5$ и площадь треугольника AB_1C_1 в пять раз меньше площади четырёхугольника BCB_1C_1 .

17 В июле Леонид планирует взять в кредит 2,5 млн рублей. Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг возрастает на 20 % по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года Леонид должен выплатить некоторую часть долга.

На какое минимальное количество лет Леонид может взять кредит, чтобы ежегодные выплаты были не более 750 тысяч рублей?

18 Найдите все значения a , при каждом из которых множество значений функции

$$y = \frac{5a - 15x + ax}{x^2 - 2ax + a^2 + 25}$$

содержит отрезок $[0;1]$.

19 а) Приведите пример целого числа n , не кратного 5, при котором дробь $\frac{n^3 - n^2 + 5n}{n^2 - n - 5}$ сократима.

б) Может ли дробь $\frac{n^3 - n^2 + 5n}{n^2 - n - 5}$ быть сократимой на 2 при каком-то целом n ?

в) Сколько существует натуральных n , не превосходящих 120, при которых эта дробь сократима?