

VII Ижевский командный турнир математиков

1 тур, 15 мая 2014 г., 4-5 класс, высшая лига

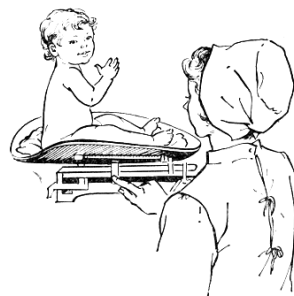
1. После взвешивания детей 1"А" на медосмотре, оказалось, что веса всех детей в классе различны, и любая девочка - легче любого мальчика. После обсуждения результатов взвешивания выяснилось, что все девочки ввали мальчикум, мальчики ввали девочкам, но мальчики - мальчикум и девочки - девочкам говорили правду. Сохранились реплики троих из них:

Женя – Саше: "Маша легче меня".

Саша – Маше: "Женя легче меня".

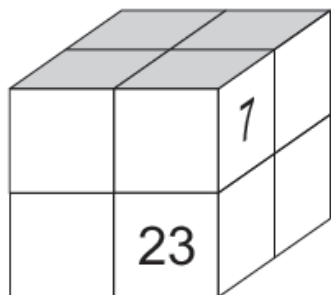
Маша – Жене: "Саша легче меня".

Определите пол Жени и Саши.



2. 1000 домиков гномиков равномерно расположены по окружности. Соседями считаются гномики в соседних домиках на окружности, а также гномики в домиках на одном диаметре. Мэрия заселяет в них гномиков так, чтобы ни у одного из них не было больше одного соседа. Какое максимальное количество гномиков удастся расселить мэрии?

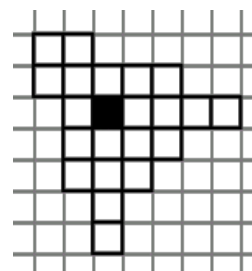
3. На доске написано число 2015. Играют двое. За один ход можно вычесть из написанного числа любую его ненулевую цифру. Выигрывает тот, кто первым получит однозначное число. Кто выигрывает при правильной игре – начинающий или его соперник?



4. Куб $2 \times 2 \times 2$ разбит на единичные кубики, и на их внешних гранях написаны натуральные числа от 1 до 24, каждое – ровно один раз. При этом для любой пары противоположных граней сумма наибольшего числа одной грани и наименьшего числа другой грани всегда равна 25. Числа 7 и 23 стоят так, как показано на рисунке. Какое наименьшее число может оказаться на верхней грани?

5. Может ли число, состоящее из пяти нечётных цифр, делиться на 101?

6. Разрежьте показанную на рисунке фигуру на три равные части (черная клетка считается ВЫРЕЗАННОЙ, т.е. её нет).



7. Найдите наименьшее натуральное число, которое больше по крайней мере в 50 раз больше любого своего простого делителя.

8. На драконье пиршество собрались двухголовые и семиголовые драконы. Король Драконов решил пересчитать всех по головам. Его средняя голова огляделась и насчитала вокруг несколько голов, после чего Король Драконов смог однозначно понять, сколько же драконов на пиру. Какое наибольшее количество голов могла насчитать Самая Умная Средняя Голова?

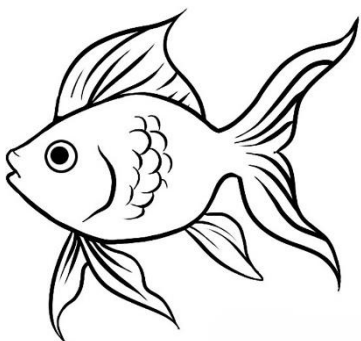
9. Барон Мюнхгаузен так рассказывал о своих охотничьих подвигах: «Пошли мы шестером стрелять уток. Я настрелял в итоге больше, чем все остальные, вместе взятые. Перед уходом четверо из нас, добыча которых была побольше, отдали уток двоим неудачникам, настрелявшим меньше других. В результате все несли на себе равное число уток.» Докажите, что барон врет.

10. Леша посадил 100 берёз вдоль одной прямой. Расстояние между двумя соседними деревьями – 1 м. Ваня вычислил расстояния между каждыми двумя саженцами и сложил все эти числа. Что у него в итоге получилось?



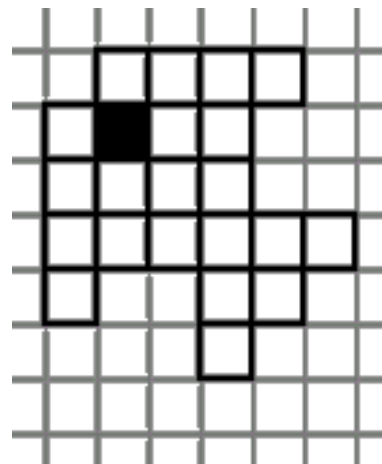
VII Ижевский командный турнир математиков

1 тур, 15 мая 2014 г., 4-5 класс, первая лига



1. В пять-десятом королевстве по кругу расположены 2015 домиков. Мэрия хочет заселить в них гномиков так, чтобы ни у одного из них не было больше одного соседа (гномика в ближайших домиках). Какое максимальное количество гномиков удастся расселить Мэрии?

2. В аквариуме живет три вида рыбок: золотые, серебряные и красные. Если кот съест всех золотых рыбок, то рыбок станет на 1 меньше, чем $\frac{2}{3}$ исходного числа. Если кот съест всех красных рыбок, то рыбок станет на 4 больше, чем $\frac{2}{3}$ исходного числа. Каких рыбок — золотых или серебряных — больше и на сколько?



3. Разрежьте показанную на рисунке фигуру на три равные части (черная клетка считается ВЫРЕЗАННОЙ, т.е. её нет).

4. Можно ли расставить различные натуральные числа, не превосходящие 100, в квадрат 3×3 так, чтобы если два числа находятся в одной строке или в одном столбце, то одно из них делилось на другое?

5. Найдите наименьшее натуральное число, которое больше по крайней мере в 50 раз больше любого своего собственного делителя.



6. На драконье пиршество собрались четырехголовые и семиголовые драконы. Король Драконов решил пересчитать всех по головам. Его средняя голова огляделась и насчитала вокруг 37 голов. Сколько драконов пришло на пир?

7. Переложите две спички так, чтобы получилось верное равенство.



8. На калькуляторе есть две кнопки: «вправо» и «влево». При нажатии на кнопку «вправо» к числу прибавляется его первая цифра, при нажатии «влево» — вычитается первая цифра. Изначально на экране число 100. Какое число получится, если 1000 раз нажать «вправо», а затем 1000 раз — «влево»?

VII Ижевский командный турнир математиков

1 тур, 15 мая 2014 г., 6 класс, высшая лига

1. Найдите сумму $1+11+111+1111+\dots+111\dots1111$. Всего в сумме 2015 слагаемых, в каждом следующем слагаемом единиц на одну больше, чем в предыдущем.

2. Можно ли раскрасить некоторые клетки белого квадрата 5×5 в зеленый цвет так, чтобы в каждом квадрате 3×3 зеленых клеток было меньше, чем белых, а в любом квадрате 4×4 зеленых клеток было больше, чем белых?

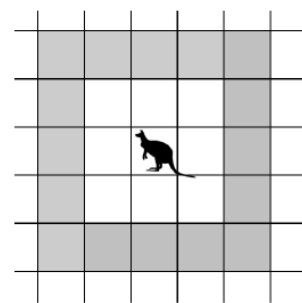
3. По кругу равномерно расположены 2015 домиков. Домики соединены прямыми дорожками, если они- соседние на окружности, кроме того, любой дом соединен дорожками с двумя самыми отдаленными по окружности домами (т.е. от каждого дома проведены две самые длинные диагонали). Мэрия заселяет в домики гномиков так, чтобы у любого гнома в соединенных с ним дорожками домах жил максимум один гном. Какое максимальное количество гномов удастся расселить мэрии?



4. Среди семи монет есть одна фальшивая, которая на 1 грамм легче настоящих, и одна фальшивая, которая на 1 грамм тяжелее настоящих. Как за 4 взвешивания на чашечных весах без гирь найти и лёгкую, и тяжёлую монеты?

5. В изолированных комнатах сидят 4 друга-логика, каждому присвоили двузначное число, не сообщив ему самому. Им сообщили, что все числа различны, и одно из них равно сумме трёх других. Но, даже узнав числа троих других, никто из них не смог вычислить свой номер. Назовите их числа.

6. В стране несколько городов, из каждого выходит $2k$ дорог. Каждая дорога соединяет ровно два города. Докажите, что можно закрыть на ремонт часть дорог так, чтобы из каждого города вело ровно две ремонтируемых дороги.



7. Шахматная фигура Кенгуру бьет только те клетки, которые на рисунке закрашены серым. Какое наибольшее число фигур «кенгуру», не бьющих друг друга, можно расставить на доске 4×4 ?

8. 50 бизнесменов – японцев, китайцев и корейцев, приехали на переговоры и сели за круглым столом. Известно, что между любыми двумя японцами, между которых не сидит других японцев, сидит столько китайцев, сколько всего корейцев сидит за столом. Сколько же китайцев приехало на переговоры?

9. Дано 8 трехзначных чисел. Докажите, что из них можно выбрать два и записать их подряд таким образом, что получившееся шестизначное число будет делиться на 7.

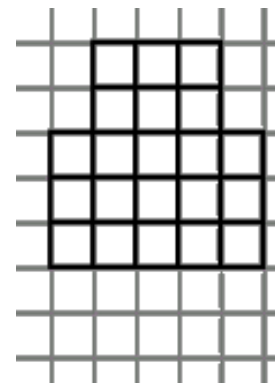
10. На тараканьих бегах пять тараканов выбегают друг за другом с интервалом в 1 минуту и бегут с постоянными скоростями. Через минуту после своего старта таракан с номером n догоняет таракана с номером $n-1$. Через сколько секунд после своего старта последний таракан догнал первого?



VII Ижевский командный турнир математиков

1 тур, 15 мая 2014 г., 6 класс, первая лига

1. Разрежьте показанную на рисунке фигуру на три равные части.



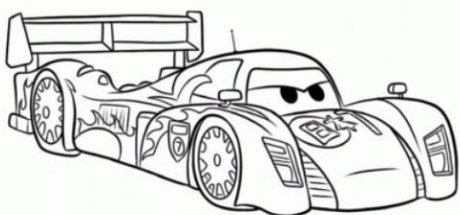
2. В классе поровну девочек и мальчиков. На 8 марта каждый мальчик подарил каждой девочке по розе, на 14 февраля каждый мальчик подарил шести девочкам по лилии. А ещё мальчики подарили классной руководительнице на день рождения девять хризантем. Сколько человек учится в классе, если всего было подарено 256 цветочков?

3. Дана дробь $\frac{2}{3}$. Разрешается много раз выполнять следующие операции: прибавлять 2014 к числителю или прибавлять 2015 к знаменателю. Можно ли с помощью только этих операций получить дробь, равную $\frac{3}{5}$?

4. Сто вкладчиков пришли за своими деньгами. Каждый вкладчик может обратиться в только в одну из четырёх касс. При этом известно, что:

- В первой кассе вкладчикам выдадут деньги только в том случае, если туда обратится меньше людей, чем в любую другую кассу.
- Во второй кассе вкладчикам выдадут деньги, если туда обратится меньше вкладчиков, чем в первую.
- В третьей кассе выдадут деньги, если туда обратится не больше 33 человек.
- В четвертой кассе выдадут деньги, если в каждую из остальных касс обратится хотя бы по одному вкладчику, и всем им откажут.

Какое максимальное количество вкладчиков смогут получить свои деньги?



5. В гонке участвуют две машины. Первый гонщик проехал 4 круга за то время, пока второй проехал три. В течении следующих трех кругов из-за быстрой езды первому гонщику пришлось проехать еще 20 м по питстопу (не останавливаясь). Известно, что когда второй гонщик проехал 6 кругов, то первый проехал 7,75 круга. Найдите длину круга.

6. Можно ли расставить различные натуральные числа, не превосходящие 250, в квадрат 4×4 так, чтобы если два числа находятся в одной строке или в одном столбце, то одно из них делилось на другое?

7. Назовем трехзначное число устойчивым, если в нем нет нулей и при любой перестановке цифр оно не делится на 4. Сколько всего устойчивых трехзначных чисел?

8. Несколько шестиклассников собирали грибы. Петя набрал больше всех, и грибов у него оказалось вдвое меньше, чем у всех остальных, вместе взятых. Витя набрал меньше всех, и у него грибов оказалось в четыре раза меньше, чем у всех остальных, вместе взятых. А сколько детей собирали грибы?

