# XI Ижевский командный турнир математиков

## 1 тур, 14 декабря 2018 г., 5 класс, высшая лига

**1.** В начале игры есть пустая клетчатая доска 6×6. Петя и Вася ходят по очереди, первым ходит Петя. За ход Петя ставит фишку в пустую клетку, а Вася – по фишке в две пустых клетки, имеющих хотя бы одну общую вершину. Проигрывает тот, кто не может ходить. Кто выигрывает при правильной игре?

**2.** Можно ли, используя каждую цифру ровно один раз, составить пример $\overline{abcd} + \overline{gf} = \overline{klmn}$?

**3.** Каждый из 20 спортсменов сдал две одинаковые допинг-пробы. Каждая проба либо чистая, либо грязная. В целях повышения прозрачности все эти пробы разбили на группы по две пробы от двух разных спортсменов. Пробы внутри каждой группы смешали и поместили в пробирку, подписав её фамилиями всех спортсменов, у кого эти пробы взяты. Пробирка чистая, если в ней смешаны только чистые пробы, и грязная во всех остальных случаях. WADA по смеси умеет делать вывод, чистая проба или грязная. Проанализировав таким образом все смеси, WADA всё равно смогла определить про каждого спортсмена, чистые его пробы или грязные. При каком наибольшем количестве грязных спортсменов это могло произойти?

**4.** Есть 100 комнат и 100 мальчиков, каждый из которых находится в одной из комнат. На двери каждой комнаты написано: «Тут ровно один мальчик». Назовём комнату нечётной, если в ней находится нечётное число мальчиков. Найдите количество нечётных комнат, если известно, что среди надписей на комнатах ровно четыре неверных.

**5.** По кругу стоят 25 человек. Сколько существует троек таких, что в каждой из них есть один человек, равноудалённый от двух других? (Тройки различны, если есть человек, который есть в одной, и его нет в другой.)

**6.** Четыре команды сыграли круговой турнир по футболу (каждая играет по одному разу с каждой). За победу дается 3 очка, за ничью — 1 очко, за поражение — 0 очков. Победитель набрал столько же очков, сколько остальные три команды вместе взятые. Какое наибольшее количество ничьих могло случиться на турнире?

**7.** Клетчатая плоскость разбита на уголки из трех клеток. Докажите, что существует два других разбиения  этой же плоскости на уголки так, чтобы никакие два из полученных трех разбиений не содержали общей фигурки.

**8.** Каждое натуральное число окрашено в синий или красный цвет таким образом, что есть и синие, и красные числа, а сумма любых трёх (не обязательно различных) чисел одного цвета имеет тот же самый цвет, что и эти три числа. Найдите все такие раскраски.

Центр современного образования «Семь пядей»

XI Ижевский командный турнир математиков

1 тур, 14 декабря 2018 г., 5 класс, высшая лига

**1.** В начале игры есть пустая клетчатая доска 6×6. Петя и Вася ходят по очереди, первым ходит Петя. За ход Петя ставит фишку в пустую клетку, а Вася – по фишке в две пустых клетки, имеющих хотя бы одну общую вершину. Проигрывает тот, кто не может ходить. Кто выигрывает при правильной игре?

**2.** Можно ли, используя каждую цифру ровно один раз, составить пример $\overline{abcd} + \overline{gf} = \overline{klmn}$?

**3.** Каждый из 20 спортсменов сдал две одинаковые допинг-пробы. Каждая проба либо чистая, либо грязная. В целях повышения прозрачности все эти пробы разбили на группы по две пробы от двух разных спортсменов. Пробы внутри каждой группы смешали и поместили в пробирку, подписав её фамилиями всех спортсменов, у кого эти пробы взяты. Пробирка чистая, если в ней смешаны только чистые пробы, и грязная во всех остальных случаях. WADA по смеси умеет делать вывод, чистая проба или грязная. Проанализировав таким образом все смеси, WADA всё равно смогла определить про каждого спортсмена, чистые его пробы или грязные. При каком наибольшем количестве грязных спортсменов это могло произойти?

**4.** Есть 100 комнат и 100 мальчиков, каждый из которых находится в одной из комнат. На двери каждой комнаты написано: «Тут ровно один мальчик». Назовём комнату нечётной, если в ней находится нечётное число мальчиков. Найдите количество нечётных комнат, если известно, что среди надписей на комнатах ровно четыре неверных.

**5.** По кругу стоят 25 человек. Сколько существует троек таких, что в каждой из них есть один человек, равноудалённый от двух других? (Тройки различны, если есть человек, который есть в одной, и его нет в другой.)

**6.** Четыре команды сыграли круговой турнир по футболу (каждая играет по одному разу с каждой). За победу дается 3 очка, за ничью — 1 очко, за поражение — 0 очков. Победитель набрал столько же очков, сколько остальные три команды вместе взятые. Какое наибольшее количество ничьих могло случиться на турнире?

**7.** Клетчатая плоскость разбита на уголки из трех клеток. Докажите, что существует два других разбиения  этой же плоскости на уголки так, чтобы никакие два из полученных трех разбиений не содержали общей фигурки.

**8.** Каждое натуральное число окрашено в синий или красный цвет таким образом, что есть и синие, и красные числа, а сумма любых трёх (не обязательно различных) чисел одного цвета имеет тот же самый цвет, что и эти три числа. Найдите все такие раскраски.Центр современного образования «Семь пядей»

# *XI Ижевский командный турнир математиков*
## *1 тур, 14 декабря 2018 г., 5 класс, первая лига*

**1**. В начале игры есть пустая клетчатая доска 7×2. Петя и Вася ходят по очереди, первым ходит Петя. За ход Петя ставит по фишке в две пустых клетки, имеющих хотя бы одну общую вершину, а Вася ставит фишку в любую пустую клетку. Проигрывает тот, кто не может ходить. Кто выигрывает при правильной игре?

**2**. Можно ли некоторые клетки доски 6×20 закрасить так, чтобы у каждой клетки было ровно два закрашенных соседа (клетки называются соседними, если имеют общую сторону)?

**3**. Можно ли, используя каждую цифру ровно один раз, составить пример $\overline{abcd}+\overline{gf}=\overline{klmn}$?

**4**. Найдутся ли 5 гирь различного веса такие, что любые четыре из них можно разложить на чашечные весы по две на каждую чашку так, чтобы наступило равновесие?

**5.** Катя, Витя и их друзья собрали по разному нечётному числу орехов, а Вовочка собрал орехов больше каждого из них, причём чётное число. Какое наибольшее число детей могло собирать орехи, если известно, что все вместе они собрали 61 орех?

**6**. Есть 10 комнат и 10 мальчиков, каждый из которых находится в одной из комнат. На двери каждой комнаты написано: «Тут ровно один мальчик». Назовём комнату нечётной, если в ней находится нечётное число мальчиков. Найдите количество нечётных комнат, если известно, что среди надписей на комнатах ровно четыре неверных.

**7**. Клетчатая плоскость разбита на уголки из трех клеток. Докажите, что существует другое разбиение этой же плоскости на уголки так, чтобы никакие два из полученных трех разбиений не содержали общей фигурки.

**8.** Каждое натуральное число окрашено в синий или красный цвет таким образом, что есть и синие, и красные числа, а сумма любых трёх (не обязательно различных) чисел одного цвета имеет тот же самый цвет, что и эти три числа. Найдите все такие раскраски.

*Центр современного образования «Семь пядей»*

*XI Ижевский командный турнир математиков*
*1 тур, 14 декабря 2018 г., 5 класс, первая лига*

**1**. В начале игры есть пустая клетчатая доска 7×2. Петя и Вася ходят по очереди, первым ходит Петя. За ход Петя ставит по фишке в две пустых клетки, имеющих хотя бы одну общую вершину, а Вася ставит фишку в любую пустую клетку. Проигрывает тот, кто не может ходить. Кто выигрывает при правильной игре?

**2**. Можно ли некоторые клетки доски 6×20 закрасить так, чтобы у каждой клетки было ровно два закрашенных соседа (клетки называются соседними, если имеют общую сторону)?

**3**. Можно ли, используя каждую цифру ровно один раз, составить пример $\overline{abcd}+\overline{gf}=\overline{klmn}$?

**4**. Найдутся ли 5 гирь различного веса такие, что любые четыре из них можно разложить на чашечные весы по две на каждую чашку так, чтобы наступило равновесие?

**5.** Катя, Витя и их друзья собрали по разному нечётному числу орехов, а Вовочка собрал орехов больше каждого из них, причём чётное число. Какое наибольшее число детей могло собирать орехи, если известно, что все вместе они собрали 61 орех?

**6**. Есть 10 комнат и 10 мальчиков, каждый из которых находится в одной из комнат. На двери каждой комнаты написано: «Тут ровно один мальчик». Назовём комнату нечётной, если в ней находится нечётное число мальчиков. Найдите количество нечётных комнат, если известно, что среди надписей на комнатах ровно четыре неверных.

**7**. Клетчатая плоскость разбита на уголки из трех клеток. Докажите, что существует другое разбиение этой же плоскости на уголки так, чтобы никакие два из полученных трех разбиений не содержали общей фигурки.

**8.** Каждое натуральное число окрашено в синий или красный цвет таким образом, что есть и синие, и красные числа, а сумма любых трёх (не обязательно различных) чисел одного цвета имеет тот же самый цвет, что и эти три числа. Найдите все такие раскраски.

Центр современного образования «Семь пядей»

# XI Ижевский командный турнир математиков

## 1 тур, 14 декабря 2018 г., 5 класс, вторая лига

**1**. К 1 декабря на улице лежал снег. За декабрь количество снега удвоилось, за январь удвоилось, и в феврале шел снег и не таял. Зато в марте количество снега уменьшилось в 4 раза. Когда было больше снега – 1 декабря или 1 апреля?

**2**. Можно ли некоторые клетки доски 6×6 закрасить так, чтобы у каждой клетки было ровно два закрашенных соседа (клетки называются соседними, если имеют общую сторону)?

**3**. Решите ребус (одинаковым буквам соответствуют одинаковые цифры, а разным – разные) $\overline{abbb} + \overline{ab} = 2018.$

**4**. 21 ноября 2013 года в семье было трое детей. К 21 ноября 2018 года общий суммарный возраст детей в семье увеличился на 27 лет. Какое наименьшее число детей в семье может быть сейчас?

**5**. Катя, Витя и их друзья собрали по разному нечётному числу орехов, а Вовочка собрал орехов больше каждого из них, причём чётное число. Какое наибольшее число детей могло собирать орехи, если известно, что все вместе они собрали 61 орех?

**6**. На острове живёт 10 человек, каждый из которых либо рыцарь, либо лжец. У каждого из них спросили: «Сколько у тебя на острове друзей--рыцарей?» В качестве ответов прозвучали все числа от 0 до 9. Сколько рыцарей может быть на острове?**7**. Есть сосуды: один — на 3 литра, один — на 5 литров и один — на 9 литров. Известно, что 9-литровый сосуд полностью заполнен водой, остальные сосуды — пустые. За какое наименьшее количество переливаний можно получить 7 литров воды в 9-литровом сосуде?

**7**. Есть сосуды: один — на 3 литра, один — на 5 литров и один — на 9 литров. Известно, что 9-литровый сосуд полностью заполнен водой, остальные сосуды — пустые. За какое наименьшее количество переливаний можно получить 7 литров воды в 9-литровом сосуде?

**8**. Сколько всего существует таких чисел *N*, что если разделить *N* на 3, получится целое трехзначное число, и если умножить *N* на 3, получится целое трехзначное число?

Центр современного образования «Семь пядей»

XI Ижевский командный турнир математиков

1 тур, 14 декабря 2018 г., 5 класс, вторая лига

**1**. К 1 декабря на улице лежал снег. За декабрь количество снега удвоилось, за январь удвоилось, и в феврале шел снег и не таял. Зато в марте количество снега уменьшилось в 4 раза. Когда было больше снега – 1 декабря или 1 апреля?

**2**. Можно ли некоторые клетки доски 6×6 закрасить так, чтобы у каждой клетки было ровно два закрашенных соседа (клетки называются соседними, если имеют общую сторону)?

**3**. Решите ребус (одинаковым буквам соответствуют одинаковые цифры, а разным – разные) $\overline{abbb} + \overline{ab} = 2018.$

**4**. 21 ноября 2013 года в семье было трое детей. К 21 ноября 2018 года общий суммарный возраст детей в семье увеличился на 27 лет. Какое наименьшее число детей в семье может быть сейчас?

**5**. Катя, Витя и их друзья собрали по разному нечётному числу орехов, а Вовочка собрал орехов больше каждого из них, причём чётное число. Какое наибольшее число детей могло собирать орехи, если известно, что все вместе они собрали 61 орех?

**6**. На острове живёт 10 человек, каждый из которых либо рыцарь, либо лжец. У каждого из них спросили: «Сколько у тебя на острове друзей--рыцарей?» В качестве ответов прозвучали все числа от 0 до 9. Сколько рыцарей может быть на острове?**7**. Есть сосуды: один — на 3 литра, один — на 5 литров и один — на 9 литров. Известно, что 9-литровый сосуд полностью заполнен водой, остальные сосуды — пустые. За какое наименьшее количество переливаний можно получить 7 литров воды в 9-литровом сосуде?

**7**. Есть сосуды: один — на 3 литра, один — на 5 литров и один — на 9 литров. Известно, что 9-литровый сосуд полностью заполнен водой, остальные сосуды — пустые. За какое наименьшее количество переливаний можно получить 7 литров воды в 9-литровом сосуде?

**8**. Сколько всего существует таких чисел *N*, что если разделить *N* на 3, получится целое трехзначное число, и если умножить *N* на 3, получится целое трехзначное число?

# XI Ижевский командный турнир математиков
## 1 тур, 14 декабря 2018 г., 5 класс, третья лига

**1.** К 1 декабря на улице лежал снег. За декабрь количество снега удвоилось, за январь удвоилось, и в феврале шел снег и не таял. Зато в марте количество снега уменьшилось в 4 раза. Когда было больше снега – 1 декабря или 1 апреля?

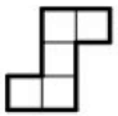
**2.** Решите ребус (одинаковым буквам соответствуют одинаковые цифры, а разным – разные) $\overline{abbb}+\overline{ab}=2018$.

**3.** Какое минимальное количество лет надо взять, чтобы количество месяцев, содержащихся  в них, записывалось только нулями и единицами?

**4.** Есть сосуды: один — на 3 литра, один — на 5 литров и один — на 9 литров. Известно, что 9-литровый сосуд полностью заполнен  водой, остальные сосуды — пустые. Можно получить 7 литров воды в 9-литровом сосуде за три переливания?

**5.** Руслан написал двузначное число *N*, посчитал сумму его цифр и произведение его цифр. Далее он сложил эти два результата и, к своему удивлению, получил исходное двузначное число *N*. Чему может равняться последняя цифра числа *N*?

**6.** На острове живёт 10 человек, каждый из которых либо рыцарь, либо лжец. У каждого из них спросили: «Сколько у тебя на острове друзей--рыцарей?» В качестве ответов прозвучали все числа от 0 до 9. Сколько рыцарей может быть на острове?**7.** Каким наименьшим количеством фигур, изображенных на рисунке, можно покрыть квадрат 6×6?



**7.** Каким наименьшим количеством фигур, изображенных на рисунке, можно покрыть квадрат 6×6?

**8.** Закрасьте четыре клетки таблицы 4×4 (см. рисунок) так, чтобы оставшаяся фигура удовлетворяла следующим условиям: в каждой строчке и в каждом столбце все цифры различны.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 2 | 4 | 1 | 3 |
| 3 | 3 | 4 | 4 |
| 3 | 2 | 3 | 4 |
| 4 | 3 | 2 | 4 |

Центр современного образования «Семь пядей»

XI Ижевский командный турнир математиков
1 тур, 14 декабря 2018 г., 5 класс, третья лига

**1.** К 1 декабря на улице лежал снег. За декабрь количество снега удвоилось, за январь удвоилось, и в феврале шел снег и не таял. Зато в марте количество снега уменьшилось в 4 раза. Когда было больше снега – 1 декабря или 1 апреля?

**2.** Решите ребус (одинаковым буквам соответствуют одинаковые цифры, а разным – разные) $\overline{abbb}+\overline{ab}=2018$.

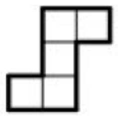
**3.** Какое минимальное количество лет надо взять, чтобы количество месяцев, содержащихся  в них, записывалось только нулями и единицами?

**4.** Есть сосуды: один — на 3 литра, один — на 5 литров и один — на 9 литров. Известно, что 9-литровый сосуд полностью заполнен  водой, остальные сосуды — пустые. Можно получить 7 литров воды в 9-литровом сосуде за три переливания?

**5.** Руслан написал двузначное число *N*, посчитал сумму его цифр и произведение его цифр. Далее он сложил эти два результата и, к своему удивлению, получил исходное двузначное число *N*. Чему может равняться последняя цифра числа *N*?

**6.** На острове живёт 10 человек, каждый из которых либо рыцарь, либо лжец. У каждого из них спросили: «Сколько у тебя на острове друзей--рыцарей?» В качестве ответов прозвучали все числа от 0 до 9. Сколько рыцарей может быть на острове?**7.** Каким наименьшим количеством фигур, изображенных на рисунке, можно покрыть квадрат 6×6?

**7.** Каким наименьшим количеством фигур, изображенных на рисунке, можно покрыть квадрат 6×6?



**8.** Закрасьте четыре клетки таблицы 4×4 (см. рисунок) так, чтобы оставшаяся фигура удовлетворяла следующим условиям: в каждой строчке и в каждом столбце все цифры различны.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 2 | 4 | 1 | 3 |
| 3 | 3 | 4 | 4 |
| 3 | 2 | 3 | 4 |
| 4 | 3 | 2 | 4 |

*Центр современного образования «Семь пядей»*

## *XI Ижевский командный турнир математиков*
## *1 тур, 14 декабря 2018 г., 6 класс, высшая лига*

**1**. В начале игры есть пустая клетчатая доска 36×36. Петя и Вася ходят по очереди, первым ходит Петя. За ход Петя ставит фишку в пустую клетку, а Вася – по фишке в две пустых клетки, имеющих хотя бы одну общую вершину. Проигрывает тот, кто не может ходить. Кто выигрывает при правильной игре?

**2**. Найдутся ли 5 гирь различного веса такие, что любые четыре из них можно разложить на чашечные весы по две на каждую чашку так, чтобы наступило равновесие?

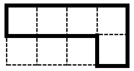
**3**. Каждый из 22 спортсменов сдал две одинаковые допинг-пробы. Каждая проба либо чистая, либо грязная. В целях повышения прозрачности все эти пробы разбили на группы по 4 пробы от четырех разных спортсменов. Пробы внутри каждой группы смешали и поместили в пробирку, подписав её фамилиями всех спортсменов, у кого эти пробы взяты. Пробирка чистая, если в ней смешаны только чистые пробы, и грязная во всех остальных случаях. W*ADA* по смеси умеет делать вывод, чистая проба или грязная. Проанализировав таким образом все смеси, W*ADA* всё равно смогла определить про каждого спортсмена, чистые его пробы или грязные. При каком наибольшем количестве грязных спортсменов это могло произойти?

**4**. По кругу стоят 25 человек. Сколько существует троек таких, что в каждой из них есть один человек, равноудалённый от двух других? (Тройки различны, если есть человек, который есть в одной, и его нет в другой.)

**5**. Олег пришёл на работу в тот момент, когда часовая и минутная стрелки стали перпендикулярными в первый раз после полудня, а Руслан – когда часовая и минутная стрелки стали перпендикулярными во второй раз. На сколько минут Олег пришёл раньше?

**6**. Катя сложила три несократимые дроби со знаменателями $n$, $m$, $k$ и получила целое число. Докажите, что $nm$ делится на $k$, и в результате получается точный квадрат.

**7**. Клетчатая плоскость разбита на $L$-тетрамино. Докажите. что можно выбрать ещё два разбиения этой же плоскости на $L$-тетрамино так, чтобы никакие два из полученных трех разбиений не содержали общей фигурки. $L$-тетрамино изображено на рисунке, его можно поворачивать и переворачивать



**8**. На стол село несколько мух. Известно, что из любых трех мух можно выбрать две мухи так, чтобы расстояние между ними было не более 1. Докажите, что всех мух можно накрыть двумя салфетками 1×2. Если муха попала на границу салфетки, то она считается накрытой.

*Центр современного образования «Семь пядей»*

## *XI Ижевский командный турнир математиков*
## *1 тур, 14 декабря 2018 г., 6 класс, высшая лига*

**1**. В начале игры есть пустая клетчатая доска 36×36. Петя и Вася ходят по очереди, первым ходит Петя. За ход Петя ставит фишку в пустую клетку, а Вася – по фишке в две пустых клетки, имеющих хотя бы одну общую вершину. Проигрывает тот, кто не может ходить. Кто выигрывает при правильной игре?

**2**. Найдутся ли 5 гирь различного веса такие, что любые четыре из них можно разложить на чашечные весы по две на каждую чашку так, чтобы наступило равновесие?

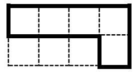
**3**. Каждый из 22 спортсменов сдал две одинаковые допинг-пробы. Каждая проба либо чистая, либо грязная. В целях повышения прозрачности все эти пробы разбили на группы по 4 пробы от четырех разных спортсменов. Пробы внутри каждой группы смешали и поместили в пробирку, подписав её фамилиями всех спортсменов, у кого эти пробы взяты. Пробирка чистая, если в ней смешаны только чистые пробы, и грязная во всех остальных случаях. W*ADA* по смеси умеет делать вывод, чистая проба или грязная. Проанализировав таким образом все смеси, W*ADA* всё равно смогла определить про каждого спортсмена, чистые его пробы или грязные. При каком наибольшем количестве грязных спортсменов это могло произойти?

**4**. По кругу стоят 25 человек. Сколько существует троек таких, что в каждой из них есть один человек, равноудалённый от двух других? (Тройки различны, если есть человек, который есть в одной, и его нет в другой.)

**5**. Олег пришёл на работу в тот момент, когда часовая и минутная стрелки стали перпендикулярными в первый раз после полудня, а Руслан – когда часовая и минутная стрелки стали перпендикулярными во второй раз. На сколько минут Олег пришёл раньше?

**6**. Катя сложила три несократимые дроби со знаменателями $n$, $m$, $k$ и получила целое число. Докажите, что $nm$ делится на $k$, и в результате получается точный квадрат.

**7**. Клетчатая плоскость разбита на $L$-тетрамино. Докажите. что можно выбрать ещё два разбиения этой же плоскости на $L$-тетрамино так, чтобы никакие два из полученных трех разбиений не содержали общей фигурки. $L$-тетрамино изображено на рисунке, его можно поворачивать и переворачивать



**8**. На стол село несколько мух. Известно, что из любых трех мух можно выбрать две мухи так, чтобы расстояние между ними было не более 1. Докажите, что всех мух можно накрыть двумя салфетками 1×2. Если муха попала на границу салфетки, то она считается накрытой.

*Центр современного образования «Семь пядей»*

## *XI Ижевский командный турнир математиков*
## *1 тур, 14 декабря 2018 г., 6 класс, первая лига*

**1**. В начале игры есть пустая клетчатая доска 7×4. Петя и Вася ходят по очереди, первым ходит Петя. За ход Петя ставит по фишке в две пустых клетки, имеющих хотя бы одну общую вершину, а Вася ставит фишку в любую пустую клетку. Проигрывает тот, кто не может ходить. Кто выигрывает при правильной игре?

**2.** Можно ли, используя каждую цифру ровно один раз, составить пример $\overline{abcd}+\overline{gf}=\overline{klmn}$?

**3**. 21 ноября 2013 года в семье было трое детей. К 21 ноября 2018 года общий суммарный возраст детей в семье увеличился на 27 лет. Какое наименьшее число детей в семье может быть сейчас?

**4.** Катя, Витя и их друзья собрали по разному нечётному числу орехов, а Вовочка собрал орехов больше каждого из них, причём чётное число. Какое наибольшее число детей могло собирать орехи, если известно, что все вместе они собрали 61 орех?

**5.** Есть 100 комнат и 100 мальчиков, каждый из которых находится в одной из комнат. На двери каждой комнаты написано: «Тут ровно один мальчик». Назовём комнату нечётной, если в ней находится нечётное число мальчиков. Найдите количество нечётных комнат, если известно, что среди надписей на комнатах ровно четыре неверных.

**6.** По кругу стоят 25 человек. Сколько существует троек таких, что в каждой из них есть один человек, равноудалённый от двух других? (Тройки различны, если есть человек, который есть в одной, и его нет в другой.)

**7.** Клетчатая плоскость разбита на уголки из трех клеток. Докажите. что можно выбрать ещё два разбиения этой же плоскости на уголки так, чтобы никакие два из полученных трех разбиений не содержали общей фигурки.

**8.** Катя сложила три несократимые дроби со знаменателями *n*, *m*, *k* и получила целое число. Докажите, что *nm* делится на *k*.

*Центр современного образования «Семь пядей»*

## *XI Ижевский командный турнир математиков*
## *1 тур, 14 декабря 2018 г., 6 класс, первая лига*

**1**. В начале игры есть пустая клетчатая доска 7×4. Петя и Вася ходят по очереди, первым ходит Петя. За ход Петя ставит по фишке в две пустых клетки, имеющих хотя бы одну общую вершину, а Вася ставит фишку в любую пустую клетку. Проигрывает тот, кто не может ходить. Кто выигрывает при правильной игре?

**2.** Можно ли, используя каждую цифру ровно один раз, составить пример $\overline{abcd}+\overline{gf}=\overline{klmn}$?

**3**. 21 ноября 2013 года в семье было трое детей. К 21 ноября 2018 года общий суммарный возраст детей в семье увеличился на 27 лет. Какое наименьшее число детей в семье может быть сейчас?

**4.** Катя, Витя и их друзья собрали по разному нечётному числу орехов, а Вовочка собрал орехов больше каждого из них, причём чётное число. Какое наибольшее число детей могло собирать орехи, если известно, что все вместе они собрали 61 орех?

**5.** Есть 100 комнат и 100 мальчиков, каждый из которых находится в одной из комнат. На двери каждой комнаты написано: «Тут ровно один мальчик». Назовём комнату нечётной, если в ней находится нечётное число мальчиков. Найдите количество нечётных комнат, если известно, что среди надписей на комнатах ровно четыре неверных.

**6.** По кругу стоят 25 человек. Сколько существует троек таких, что в каждой из них есть один человек, равноудалённый от двух других? (Тройки различны, если есть человек, который есть в одной, и его нет в другой.)

**7.** Клетчатая плоскость разбита на уголки из трех клеток. Докажите. что можно выбрать ещё два разбиения этой же плоскости на уголки так, чтобы никакие два из полученных трех разбиений не содержали общей фигурки.

**8.** Катя сложила три несократимые дроби со знаменателями *n*, *m*, *k* и получила целое число. Докажите, что *nm* делится на *k*.

Центр современного образования «Семь пядей»

# XI Ижевский командный турнир математиков

## 1 тур, 14 декабря 2018 г., 6 класс, вторая лига

**1.** Можно ли, используя каждую цифру ровно один раз, составить пример $\overline{abcd} + \overline{gf} = \overline{klmn}$?

**2.** 21 ноября 2013 года в семье было трое детей. К 21 ноября 2018 года общий суммарный возраст детей в семье увеличился на 27 лет. Какое наименьшее число детей в семье может быть сейчас?

**3.** Катя, Витя и их друзья собрали по разному нечётному числу орехов, а Вовочка собрал орехов больше каждого из них, причём чётное число. Какое наибольшее число детей могло собирать орехи, если известно, что все вместе они собрали 61 орех?

**4.** Каждое натуральное число окрашено в синий или красный цвет таким образом, что есть и синие, и красные числа, а сумма любых трёх (не обязательно различных) чисел одного цвета имеет тот же самый цвет, что и эти три числа. Найдите все такие раскраски.**5.** Про положительные числа $a$, $b$, $c$, $d$ известно, что $a + b = b + 2c = c + 3d = d + 4a$. Какое из чисел $a$, $b$, $c$, $d$ — наибольшее?

**5.** Про положительные числа $a$, $b$, $c$, $d$ известно, что $a + b = b + 2c = c + 3d = d + 4a$. Какое из чисел $a$, $b$, $c$, $d$ — наибольшее?

**6.** На острове живёт 10 человек, каждый из которых либо рыцарь, либо лжец. У каждого из них спросили: «Сколько у тебя на острове друзей--рыцарей?» В качестве ответов прозвучали все числа от 0 до 9. Сколько рыцарей может быть на острове?

**7.** Клетчатая плоскость разбита на уголки из трех клеток. Докажите, что существует другое разбиение этой же плоскости на уголки так, чтобы никакие два из полученных трех разбиений не содержали общей фигурки.

**8.** Катя сложила три несократимые дроби со знаменателями $n$, $m$, $k$ и получила целое число. Докажите, что число $n$ не могло иметь простого делителя, которого нет ни в $m$, ни в $k$.

Центр современного образования «Семь пядей»

XI Ижевский командный турнир математиков

1 тур, 14 декабря 2018 г., 6 класс, вторая лига

**1.** Можно ли, используя каждую цифру ровно один раз, составить пример $\overline{abcd} + \overline{gf} = \overline{klmn}$?

**2.** 21 ноября 2013 года в семье было трое детей. К 21 ноября 2018 года общий суммарный возраст детей в семье увеличился на 27 лет. Какое наименьшее число детей в семье может быть сейчас?

**3.** Катя, Витя и их друзья собрали по разному нечётному числу орехов, а Вовочка собрал орехов больше каждого из них, причём чётное число. Какое наибольшее число детей могло собирать орехи, если известно, что все вместе они собрали 61 орех?

**4.** Каждое натуральное число окрашено в синий или красный цвет таким образом, что есть и синие, и красные числа, а сумма любых трёх (не обязательно различных) чисел одного цвета имеет тот же самый цвет, что и эти три числа. Найдите все такие раскраски.**5.** Про положительные числа $a$, $b$, $c$, $d$ известно, что $a + b = b + 2c = c + 3d = d + 4a$. Какое из чисел $a$, $b$, $c$, $d$ — наибольшее?

**5.** Про положительные числа $a$, $b$, $c$, $d$ известно, что $a + b = b + 2c = c + 3d = d + 4a$. Какое из чисел $a$, $b$, $c$, $d$ — наибольшее?

**6.** На острове живёт 10 человек, каждый из которых либо рыцарь, либо лжец. У каждого из них спросили: «Сколько у тебя на острове друзей--рыцарей?» В качестве ответов прозвучали все числа от 0 до 9. Сколько рыцарей может быть на острове?

**7.** Клетчатая плоскость разбита на уголки из трех клеток. Докажите, что существует другое разбиение этой же плоскости на уголки так, чтобы никакие два из полученных трех разбиений не содержали общей фигурки.

**8.** Катя сложила три несократимые дроби со знаменателями $n$, $m$, $k$ и получила целое число. Докажите, что число $n$ не могло иметь простого делителя, которого нет ни в $m$, ни в $k$.

*Центр современного образования «Семь пядей»*

# *XI Ижевский командный турнир математиков*
## *1 тур, 14 декабря 2018 г., 4 класс, высшая лига*

**1**. Можно ли некоторые клетки доски 6×20 закрасить так, чтобы у каждой клетки было ровно два закрашенных соседа (клетки называются соседними, если имеют общую сторону)?

**2.** Назовем трехзначное число $\overline{abc}$ возрастающим, если *a*<*b*<*c*. Сколько существует возрастающих трехзначных чисел?

**3**. На острове живёт 100 человек, каждый из которых либо рыцарь, либо лжец. У каждого из них спросили: «Сколько у тебя на острове друзей--рыцарей?» В качестве ответов прозвучали все числа от 0 до 99. Сколько рыцарей может быть на острове?**4.** Руслан написал двузначное число *N*, посчитал сумму его цифр и произведение его цифр. Далее он сложил эти два результата и, к своему удивлению, получил исходное двузначное число *N*. Чему может равняться последняя цифра числа *N*?

**4.** Руслан написал двузначное число *N*, посчитал сумму его цифр и произведение его цифр. Далее он сложил эти два результата и, к своему удивлению, получил исходное двузначное число *N*. Чему может равняться последняя цифра числа *N*?

**5.** Можно ли, используя каждую цифру ровно один раз, составить пример $\overline{abcd}+\overline{gf}=\overline{klmn}$?

**6**. Четыре команды сыграли круговой турнир по футболу (каждая играет по одному разу с каждой). За победу дается 3 очка, за ничью — 1 очко, за поражение — 0 очков. Победитель набрал столько же очков, сколько остальные три команды вместе взятые. Какое наибольшее количество ничьих могло случиться на турнире?

**7.** Есть сосуды: один — на 3 литра, один — на 5 литров и один — на 9 литров. Известно, что 9-литровый сосуд полностью заполнен водой, остальные сосуды — пустые. За какое наименьшее количество переливаний можно получить 7 литров воды в 9-литровом сосуде?

**8.** Закрасьте наименьшее количество клеток таблицы 4×4 (см. рисунок) так, чтобы оставшаяся фигура удовлетворяла следующим условиям: в каждой строчке и в каждом столбце все цифры различны.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 2 | 4 | 1 | 3 |
| 3 | 3 | 4 | 4 |
| 3 | 2 | 3 | 4 |
| 4 | 3 | 2 | 4 |

*Центр современного образования «Семь пядей»*

*XI Ижевский командный турнир математиков*
*1 тур, 14 декабря 2018 г., 4 класс, высшая лига*

**1**. Можно ли некоторые клетки доски 6×20 закрасить так, чтобы у каждой клетки было ровно два закрашенных соседа (клетки называются соседними, если имеют общую сторону)?

**2.** Назовем трехзначное число $\overline{abc}$ возрастающим, если *a*<*b*<*c*. Сколько существует возрастающих трехзначных чисел?

**3**. На острове живёт 100 человек, каждый из которых либо рыцарь, либо лжец. У каждого из них спросили: «Сколько у тебя на острове друзей--рыцарей?» В качестве ответов прозвучали все числа от 0 до 99. Сколько рыцарей может быть на острове?**4.** Руслан написал двузначное число *N*, посчитал сумму его цифр и произведение его цифр. Далее он сложил эти два результата и, к своему удивлению, получил исходное двузначное число *N*. Чему может равняться последняя цифра числа *N*?

**4.** Руслан написал двузначное число *N*, посчитал сумму его цифр и произведение его цифр. Далее он сложил эти два результата и, к своему удивлению, получил исходное двузначное число *N*. Чему может равняться последняя цифра числа *N*?

**5.** Можно ли, используя каждую цифру ровно один раз, составить пример $\overline{abcd}+\overline{gf}=\overline{klmn}$?

**6**. Четыре команды сыграли круговой турнир по футболу (каждая играет по одному разу с каждой). За победу дается 3 очка, за ничью — 1 очко, за поражение — 0 очков. Победитель набрал столько же очков, сколько остальные три команды вместе взятые. Какое наибольшее количество ничьих могло случиться на турнире?

**7.** Есть сосуды: один — на 3 литра, один — на 5 литров и один — на 9 литров. Известно, что 9-литровый сосуд полностью заполнен водой, остальные сосуды — пустые. За какое наименьшее количество переливаний можно получить 7 литров воды в 9-литровом сосуде?

**8.** Закрасьте наименьшее количество клеток таблицы 4×4 (см. рисунок) так, чтобы оставшаяся фигура удовлетворяла следующим условиям: в каждой строчке и в каждом столбце все цифры различны.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 2 | 4 | 1 | 3 |
| 3 | 3 | 4 | 4 |
| 3 | 2 | 3 | 4 |
| 4 | 3 | 2 | 4 |

*Центр современного образования «Семь пядей»*

## *XI Ижевский командный турнир математиков*
## *1 тур, 14 декабря 2018 г., 4 класс, первая лига*

**1.** Можно ли некоторые клетки доски 6×20 закрасить так, чтобы у каждой клетки было ровно два закрашенных соседа (клетки называются соседними, если имеют общую сторону)?

**2.** К 1 декабря на улице лежал снег. За декабрь количество снега удвоилось, за январь удвоилось, и в феврале шел снег и не таял. Зато в марте количество снега уменьшилось в 4 раза. Когда было больше снега – 1 декабря или 1 апреля?

**3.** Есть сосуды: один — на 3 литра, один — на 5 литров и один — на 9 литров. Известно, что 9-литровый сосуд полностью заполнен водой, остальные сосуды — пустые. За какое наименьшее количество переливаний можно получить 7 литров воды в 9-литровом сосуде?

**4.** Решите ребус (одинаковым буквам соответствуют одинаковые цифры, а разным – разные) $\overline{abbb} + \overline{ab} = 2018$.

**5**. Какое минимальное количество лет надо взять, чтобы количество месяцев, содержащихся в них, записывалось только нулями и единицами?

**6.** На острове живёт 10 человек, каждый из которых либо рыцарь, либо лжец. У каждого из них спросили: «Сколько у тебя на острове друзей--рыцарей?» В качестве ответов прозвучали все числа от 0 до 9. Сколько рыцарей может быть на острове?

**7.** Грани игральных кубиков занумерованы числами 1, 2, ..., 6 так, что сумма чисел на противоположных гранях, равна 7. Строится башня: ставится один кубик на другой так, что сумма соприкасающихся граней равна 7. Можно ли построить башню высотой в 7 кубиков?

**8.** Закрасьте наименьшее количество клеток таблицы 4×4 (см. рисунок) так, чтобы оставшаяся фигура удовлетворяла следующим условиям: в каждой строчке и в каждом столбце все цифры различны.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 2 | 4 | 1 | 3 |
| 3 | 3 | 4 | 4 |
| 3 | 2 | 3 | 4 |
| 4 | 3 | 2 | 4 |

*Центр современного образования «Семь пядей»*

*XI Ижевский командный турнир математиков*
*1 тур, 14 декабря 2018 г., 4 класс, первая лига*

**1.** Можно ли некоторые клетки доски 6×20 закрасить так, чтобы у каждой клетки было ровно два закрашенных соседа (клетки называются соседними, если имеют общую сторону)?

**2.** К 1 декабря на улице лежал снег. За декабрь количество снега удвоилось, за январь удвоилось, и в феврале шел снег и не таял. Зато в марте количество снега уменьшилось в 4 раза. Когда было больше снега – 1 декабря или 1 апреля?

**3.** Есть сосуды: один — на 3 литра, один — на 5 литров и один — на 9 литров. Известно, что 9-литровый сосуд полностью заполнен водой, остальные сосуды — пустые. За какое наименьшее количество переливаний можно получить 7 литров воды в 9-литровом сосуде?

**4.** Решите ребус (одинаковым буквам соответствуют одинаковые цифры, а разным – разные) $\overline{abbb} + \overline{ab} = 2018$.

**5**. Какое минимальное количество лет надо взять, чтобы количество месяцев, содержащихся в них, записывалось только нулями и единицами?

**6.** На острове живёт 10 человек, каждый из которых либо рыцарь, либо лжец. У каждого из них спросили: «Сколько у тебя на острове друзей--рыцарей?» В качестве ответов прозвучали все числа от 0 до 9. Сколько рыцарей может быть на острове?

**7.** Грани игральных кубиков занумерованы числами 1, 2, ..., 6 так, что сумма чисел на противоположных гранях, равна 7. Строится башня: ставится один кубик на другой так, что сумма соприкасающихся граней равна 7. Можно ли построить башню высотой в 7 кубиков?

**8.** Закрасьте наименьшее количество клеток таблицы 4×4 (см. рисунок) так, чтобы оставшаяся фигура удовлетворяла следующим условиям: в каждой строчке и в каждом столбце все цифры различны.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 2 | 4 | 1 | 3 |
| 3 | 3 | 4 | 4 |
| 3 | 2 | 3 | 4 |
| 4 | 3 | 2 | 4 |

*Центр современного образования «Семь пядей»*

## *XI Ижевский командный турнир математиков*
## *1 тур, 14 декабря 2018 г., 4 класс, вторая лига*

**1.** К 1 декабря на улице лежал снег. За декабрь количество снега удвоилось, за январь удвоилось, и в феврале шел снег и не таял. Зато в марте количество снега уменьшилось в 4 раза. Когда было больше снега – 1 декабря или 1 апреля?

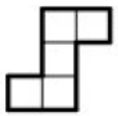
**2.** Можно ли некоторые клетки доски 6×6 закрасить так, чтобы у каждой клетки было ровно два закрашенных соседа (клетки называются соседними, если имеют общую сторону)?

**3.** Решите ребус (одинаковым буквам соответствуют одинаковые цифры, а разным – разные) $\overline{abbb}+\overline{ab}=2018$.

**4**. Какое минимальное количество лет надо взять, чтобы количество месяцев, содержащихся в них, записывалось только нулями и единицами?

**5**. Есть сосуды: один — на 3 литра, один — на 5 литров и один — на 9 литров. Известно, что 9-литровый сосуд полностью заполнен водой, остальные сосуды — пустые. Можно получить 7 литров воды в 9-литровом сосуде за три переливания?

**6**. Каким наименьшим количеством фигур, изображенных на рисунке, можно покрыть квадрат 6×6?



**7.** Грани игральных кубиков занумерованы числами 1, 2, ..., 6 так, что сумма чисел на противоположных гранях, равна 7. Строится башня: ставится один кубик на другой так, что сумма соприкасающихся граней равна 7. Можно ли построить башню высотой в 7 кубиков?

**8.** Закрасьте четыре клетки таблицы 4×4 (см. рисунок) так, чтобы оставшаяся фигура удовлетворяла следующим условиям: в каждой строчке и в каждом столбце все цифры различны.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 2 | 4 | 1 | 3 |
| 3 | 3 | 4 | 4 |
| 3 | 2 | 3 | 4 |
| 4 | 3 | 2 | 4 |

*Центр современного образования «Семь пядей»*

*XI Ижевский командный турнир математиков*
*1 тур, 14 декабря 2018 г., 4 класс, вторая лига*

**1.** К 1 декабря на улице лежал снег. За декабрь количество снега удвоилось, за январь удвоилось, и в феврале шел снег и не таял. Зато в марте количество снега уменьшилось в 4 раза. Когда было больше снега – 1 декабря или 1 апреля?

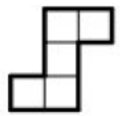
**2.** Можно ли некоторые клетки доски 6×6 закрасить так, чтобы у каждой клетки было ровно два закрашенных соседа (клетки называются соседними, если имеют общую сторону)?

**3.** Решите ребус (одинаковым буквам соответствуют одинаковые цифры, а разным – разные) $\overline{abbb}+\overline{ab}=2018$.

**4**. Какое минимальное количество лет надо взять, чтобы количество месяцев, содержащихся в них, записывалось только нулями и единицами?

**5**. Есть сосуды: один — на 3 литра, один — на 5 литров и один — на 9 литров. Известно, что 9-литровый сосуд полностью заполнен водой, остальные сосуды — пустые. Можно получить 7 литров воды в 9-литровом сосуде за три переливания?

**6**. Каким наименьшим количеством фигур, изображенных на рисунке, можно покрыть квадрат 6×6?



**7.** Грани игральных кубиков занумерованы числами 1, 2, ..., 6 так, что сумма чисел на противоположных гранях, равна 7. Строится башня: ставится один кубик на другой так, что сумма соприкасающихся граней равна 7. Можно ли построить башню высотой в 7 кубиков?

**8.** Закрасьте четыре клетки таблицы 4×4 (см. рисунок) так, чтобы оставшаяся фигура удовлетворяла следующим условиям: в каждой строчке и в каждом столбце все цифры различны.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 2 | 4 | 1 | 3 |
| 3 | 3 | 4 | 4 |
| 3 | 2 | 3 | 4 |
| 4 | 3 | 2 | 4 |