

XI Ижевский командный турнир математиков

2 тур, 15 декабря 2018 г., 4 класс, высшая лига

1. Гриша утверждает, что в клетчатом прямоугольнике 2×5 можно удалить одну клетку и разрезать получившуюся фигуру на две части так, что из них можно составить квадрат. Прав ли он?

2. Аня строит карточные домики (на рисунке показаны домики высотой 1, 2 и 3). Однажды Аня построила домик высотой в 10 этажей, и решила на следующий день построить домик высотой 11 этажей. Сколько карточек ей потребуется добавить?



3. Дан куб. Двое по очереди окрашивают его рёбра в один из двух цветов: белый или чёрный. При каждом ходе можно выбирать любой цвет. Первый стремится, чтобы нашлась вершина, из которой выходили бы три ребра одного цвета. Может ли второй ему помешать?

4. Гриша берет многозначное число, берет два самых старших разряда и пишет вместо них их сумму. Так он делает, пока не получит однозначное число, например, когда он начал с числа 2018, у него получилось $2018 \rightarrow 218 \rightarrow 38 \rightarrow 11 \rightarrow 2$. Теперь он начал с трехзначного числа и получил 1. С какого наибольшего трехзначного числа он мог начать?

5. Путешественник прибыл на остров рыцарей и лжецов и обнаружил, что, кроме них, на острове появились середняки — они чередуют правдивые и ложные высказывания, при этом неизвестно, с какого из них начинают. Путешественник встретил троих жителей острова (А, Б и В) и спросил у каждого, кто двое оставшихся. Он получил следующие ответы:

А: «Б — середняк». «В — рыцарь»

Б: «А — лжец». «В — лжец».

В: «А — лжец». «Б — лжец».

Можно ли по этим ответам определить, кто из них кто?

6. В классе стояла бутылка с водой, уже неполная. С физкультуры прибежали дети и выпили часть воды так, что её уровень понизился втрое. Затем пришла следующая группа и хотела выпить столько же воды, сколько предыдущая, но воды не хватило,

поэтому учительнице пришлось сменить бутылку. Могло ли после этого в новой бутылке остаться ровно половина воды?

7. Однажды в понедельник Петя почитал Коле книгу. Во вторник (но не обязательно этой же недели) Коля передал его Грише, Гриша — Саше, Саша — Ване и так далее, причем каждый держал у себя книгу вдвое дольше предыдущего. Последний отдал книгу Пете, причем сделал это в понедельник. Какое наименьшее возможное количество человек прочитало книгу?

8. У Вани есть много фигурок L-тетрамино (из можно поворачивать и переворачивать). Докажите, что он точно сможет из ВСЕХ своих фигурок сложить клетчатый шестиугольник.



9. На столе стоят 25 одинаковых коробочек. В одну из коробочек Ваня спрятал монетку, остальные коробочки — пустые. За одну операцию Гриша может указать три любые коробочки, а Ваня скажет, есть ли среди указанных коробочка с монеткой. Может ли Гриша определить коробочку с монеткой за 9 операций? Делать какие-либо другие действия с коробочками запрещено.

10. Андрей, Боря и Витя сделали несколько забегов, причем в каждом забеге прибежавший первым получал 3 очка, вторым — два очка и последний получал одно очко. После нескольких забегов сумма очков у ребят была равна. Известно, что Боря опережал Андрея 17 раз, а Васю — 12 раз. Сколько было забегов?

XI Ижевский командный турнир математиков

2 тур, 15 декабря 2018 г., 4 класс, первая лига

1. Гриша утверждает, что в клетчатом прямоугольнике 2×5 можно удалить одну клетку и разрезать получившуюся фигуру на две части так, что из них можно составить квадрат. Прав ли он?

2. Сестры Рита и Рената должны сделать по 60 пельменей на Новый Год. Пока Рита лепит пять пельменей, Рената успевает сделать только три пельменя. Сколько пельменей останется слепить Ренате, когда Рита закончит работу?

3. В классе стояла бутылка с водой, уже неполная. С физкультуры прибежали дети и выпили часть воды так, что её уровень понизился втрое. Затем пришла следующая группа и хотела выпить столько же воды, сколько предыдущая, но воды не хватило, поэтому учительнице пришлось сменить бутылку. Могло ли после этого в новой бутылке остаться ровно половина воды?

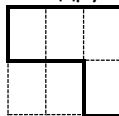
4. Гриша берет многозначное число, берет два самых старших разряда и пишет вместо них их сумму. Так он делает, пока не получит однозначное число, например, когда он начал с числа 2018, у него получилось $2018 \rightarrow 218 \rightarrow 38 \rightarrow 11 \rightarrow 2$. Теперь он начал с трехзначного числа и получил 1. С какого наибольшего трехзначного числа он мог начать?

5. Путешественник прибыл на остров рыцарей и лжецов и обнаружил, что, кроме них, на острове появились середняки — они чередуют правдивые и ложные высказывания, при этом неизвестно, с какого из них начинают. Путешественник встретил двоих жителей острова (А и В) и спросил у каждого, кто они. Он получил следующие ответы:

А: «Я — середняк». «В — рыцарь».

В: «А — рыцарь». «Я тоже рыцарь». Можно ли по ответам определить, кто из них кто?

6. На столе стоят 25 одинаковых коробочек. В одну из коробочек Ваня спрятал монетку, остальные коробочки — пустые. За одну операцию Гриша может указать три любые коробочки, а Ваня скажет, есть ли среди указанных коробочка с монеткой. Может ли Гриша определить коробочку с монеткой за 8 операций? Делать какие-либо другие действия с коробочками запрещено.



7. Однажды в понедельник Петя почитать Коле книгу. Во вторник (но не обязательно этой же недели) Коля передал его Грише, Гриша — Саше, причем каждый держал у себя книгу вдвое дольше предыдущего. В какой день недели получил книгу Саша?

8. У Вани есть 2018 фигурок L-тетрамино (из можно поворачивать и переворачивать), а у Тани — 2019 таких же фигурок. Докажите, что они оба смогут из ВСЕХ своих фигурок сложить клетчатый шестиугольник (шестиугольники получатся разными, конечно).

XI Ижевский командный турнир математиков

2 тур, 15 декабря 2018 г., 4 класс, первая лига

1. Гриша утверждает, что в клетчатом прямоугольнике 2×5 можно удалить одну клетку и разрезать получившуюся фигуру на две части так, что из них можно составить квадрат. Прав ли он?

2. Сестры Рита и Рената должны сделать по 60 пельменей на Новый Год. Пока Рита лепит пять пельменей, Рената успевает сделать только три пельменя. Сколько пельменей останется слепить Ренате, когда Рита закончит работу?

3. В классе стояла бутылка с водой, уже неполная. С физкультуры прибежали дети и выпили часть воды так, что её уровень понизился втрое. Затем пришла следующая группа и хотела выпить столько же воды, сколько предыдущая, но воды не хватило, поэтому учительнице пришлось сменить бутылку. Могло ли после этого в новой бутылке остаться ровно половина воды?

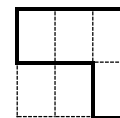
4. Гриша берет многозначное число, берет два самых старших разряда и пишет вместо них их сумму. Так он делает, пока не получит однозначное число, например, когда он начал с числа 2018, у него получилось $2018 \rightarrow 218 \rightarrow 38 \rightarrow 11 \rightarrow 2$. Теперь он начал с трехзначного числа и получил 1. С какого наибольшего трехзначного числа он мог начать?

5. Путешественник прибыл на остров рыцарей и лжецов и обнаружил, что, кроме них, на острове появились середняки — они чередуют правдивые и ложные высказывания, при этом неизвестно, с какого из них начинают. Путешественник встретил двоих жителей острова (А и В) и спросил у каждого, кто они. Он получил следующие ответы:

А: «Я — середняк». «В — рыцарь».

В: «А — рыцарь». «Я тоже рыцарь». Можно ли по ответам определить, кто из них кто?

6. На столе стоят 25 одинаковых коробочек. В одну из коробочек Ваня спрятал монетку, остальные коробочки — пустые. За одну операцию Гриша может указать три любые коробочки, а Ваня скажет, есть ли среди указанных коробочка с монеткой. Может ли Гриша определить коробочку с монеткой за 8 операций? Делать какие-либо другие действия с коробочками запрещено.



7. Однажды в понедельник Петя почитать Коле книгу. Во вторник (но не обязательно этой же недели) Коля передал его Грише, Гриша — Саше, причем каждый держал у себя книгу вдвое дольше предыдущего. В какой день недели получил книгу Саша?

8. У Вани есть 2018 фигурок L-тетрамино (из можно поворачивать и переворачивать), а у Тани — 2019 таких же фигурок. Докажите, что они оба смогут из ВСЕХ своих фигурок сложить клетчатый шестиугольник (шестиугольники получатся разными, конечно).

XI Ижевский командный турнир математиков
2 тур, 15 декабря 2018 г., 4 класс, вторая лига

1. На рисунке видны фасады зданий А и В (т.е вид спереди). У них поровну окон сзади (но этого не видно), при этом спереди у А окон больше, чем сзади, а у здания В наоборот, окон спереди меньше, чем сзади. Сколько всего окон у здания В?

2. Сестры Рита и Рената должны сделать по 60 пельменей на Новый Год. Пока Рита лепит пять пельменей, Рената успевает сделать только три пельменя. Сколько пельменей останется слепить Ренате, когда Рита закончит работу?

3. Покажите, как из клетчатого прямоугольника 2×5 можно удалить одну клетку и разрезать получившуюся фигуру на две части так, что из них можно составить квадрат.

4. Гриша берет многозначное число, берет два самых старших разряда и пишет вместо них их сумму. Так он делает, пока не получит однозначное число, например, когда он начал с числа 2018, у него получилось $2018 \rightarrow 218 \rightarrow 38 \rightarrow 11 \rightarrow 2$. Теперь он начал с трехзначного числа и получил 1. Мог ли Гриша начать с трехзначного числа, большего 900?

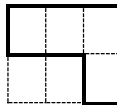
5. Путешественник прибыл на остров рыцарей и лжецов и обнаружил, что, кроме них, на острове появились середняки — они чередуют правдивые и ложные высказывания, при этом неизвестно, с какого из них начинают. Путешественник встретил двоих жителей острова (А и В) и спросил у каждого, кто они. Он получил следующие ответы: А: «Я — середняк». «В — рыцарь».

В: «А — рыцарь». «Я тоже рыцарь». Можно ли по ответам определить, кто из них кто?

6. На столе стоят 25 одинаковых коробочек. В одну из коробочек Ваня спрятал монетку, остальные коробочки — пустые. За одну операцию Гриша может указать три любые коробочки, а Ваня скажет, есть ли среди указанных коробочка с монеткой. Может ли Гриша определить коробочку с монеткой за 8 операций? Делать какие-либо другие действия с коробочками запрещено.

7. Однажды в понедельник Петя почитать Коле книгу. Во вторник (но не обязательно этой же недели) Коля передал его Грише, Гриша — Саше, причем каждый держал у себя книгу вдвое дольше предыдущего. В какой день недели получил книгу Саша?

8. У Вани есть 18 фигурок L-тетрамино (из можно поворачивать и переворачивать), а у Тани — 19 таких же фигурок. Докажите, что они оба смогут из ВСЕХ своих фигурок сложить клетчатый шестиугольник (шестиугольники получатся разными, конечно).



XI Ижевский командный турнир математиков
2 тур, 15 декабря 2018 г., 4 класс, вторая лига

1. На рисунке видны фасады зданий А и В (т.е вид спереди). У них поровну окон сзади (но этого не видно), при этом спереди у А окон больше, чем сзади, а у здания В наоборот, окон спереди меньше, чем сзади. Сколько всего окон у здания В?

2. Сестры Рита и Рената должны сделать по 60 пельменей на Новый Год. Пока Рита лепит пять пельменей, Рената успевает сделать только три пельменя. Сколько пельменей останется слепить Ренате, когда Рита закончит работу?

3. Покажите, как из клетчатого прямоугольника 2×5 можно удалить одну клетку и разрезать получившуюся фигуру на две части так, что из них можно составить квадрат.

4. Гриша берет многозначное число, берет два самых старших разряда и пишет вместо них их сумму. Так он делает, пока не получит однозначное число, например, когда он начал с числа 2018, у него получилось $2018 \rightarrow 218 \rightarrow 38 \rightarrow 11 \rightarrow 2$. Теперь он начал с трехзначного числа и получил 1. Мог ли Гриша начать с трехзначного числа, большего 900?

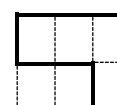
5. Путешественник прибыл на остров рыцарей и лжецов и обнаружил, что, кроме них, на острове появились середняки — они чередуют правдивые и ложные высказывания, при этом неизвестно, с какого из них начинают. Путешественник встретил двоих жителей острова (А и В) и спросил у каждого, кто они. Он получил следующие ответы: А: «Я — середняк». «В — рыцарь».

В: «А — рыцарь». «Я тоже рыцарь». Можно ли по ответам определить, кто из них кто?

6. На столе стоят 25 одинаковых коробочек. В одну из коробочек Ваня спрятал монетку, остальные коробочки — пустые. За одну операцию Гриша может указать три любые коробочки, а Ваня скажет, есть ли среди указанных коробочка с монеткой. Может ли Гриша определить коробочку с монеткой за 8 операций? Делать какие-либо другие действия с коробочками запрещено.

7. Однажды в понедельник Петя почитать Коле книгу. Во вторник (но не обязательно этой же недели) Коля передал его Грише, Гриша — Саше, причем каждый держал у себя книгу вдвое дольше предыдущего. В какой день недели получил книгу Саша?

8. У Вани есть 18 фигурок L-тетрамино (из можно поворачивать и переворачивать), а у Тани — 19 таких же фигурок. Докажите, что они оба смогут из ВСЕХ своих фигурок сложить клетчатый шестиугольник (шестиугольники получатся разными, конечно).



XI Ижевский командный турнир математиков

2 тур, 15 декабря 2018 г., 5 класс, высшая лига

1. Равносторонний треугольник со стороной 36 покрыт тремя равносторонними треугольниками со сторонами 21 так, как показано на рисунке. Найдите сторону оставшимся непокрытым треугольника.

2. Можно ли заменить буквы a, b, c, d, e, f цифрами 1, 2, 3, 4, 5, 6 (цифры нельзя повторять) так, чтобы получился правильный пример $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{e}{f}$?

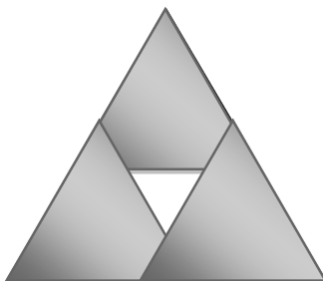
3. В классе стояла бутылка с водой объемом 12 л, уже неполная. С физкультуры прибежали дети и выпили часть воды так, что её уровень понизился втрое. Затем пришла следующая группа и хотела выпить столько же воды, сколько предыдущая, но воды не хватило, поэтому учительнице пришлось сменить бутылку. После выпивания в новой бутылке осталось $\frac{3}{4}$ от полной бутылки. Сколько воды было изначально?

4. На игровом кубике на гранях записаны числа 1, 2, 3, 4, 5, 6, так сумма чисел на противоположных гранях была равна 7. Кубик стоит в левой нижней клетке квадрата 10×10 , затем его перекачивают в соседнюю клетку, переворачивая через ребро. В каждую клетку квадрата отпечатывается то число, которое было на нижней в тот момент грани. После 99 перекачиваний были пройдены все клетки. Чему равна наименьшая возможная сумма записанных чисел?

5. Андрей, Боря и Витя сделали несколько забегов, причем в каждом забеге прибежавший первым получал 3 очка, вторым – два очка и последний получал одно очко. После нескольких забегов сумма очков у ребят была равна. Известно, что Боря опережал Андрея 17 раз, а Васю – 12 раз. Сколько было забегов?

6. На столе стоят 25 одинаковых коробочек. В одну из коробочек Ваня спрятал монетку, остальные коробочки – пустые. За одну операцию Гриша может указать три любые коробочки, а Ваня скажет, есть ли среди указанных коробочка с монеткой. За какое наименьшее количество операций Гриша может наверняка определить коробочку с монеткой? Делать какие-либо другие действия с коробочками запрещено.

7. Путешественник прибыл на остров рыцарей и лжецов и обнаружил, что, кроме них, на острове появились середняки – они чередуют правдивые и ложные высказывания, при этом неизвестно, с какого из них начинают. Путешественник встретил



трех жителей острова (А, Б и В) и спросил у каждого, кто двое оставшихся. Он получил следующие ответы:

А: «Б — середняк». «В — рыцарь»

Б: «А — лжец». «В — лжец».

В: «А — лжец». «Б — лжец».

Можно ли по этим ответам определить, кто из них кто?

8. Ученица лица Оксана в 2018 году исполнилось столько лет, чему равна утроенная сумма цифр её года рождения. Как ни странно, но и её бабушке в 2018 году исполнилось столько лет, сколько составляет утроенная сумма цифр года его рождения. Сколько лет было деду, когда родилась Оксана?

9. Дан куб. Двое по очереди окрашивают его рёбра в один из двух цветов: белый или чёрный. При каждом ходе можно выбирать любой цвет. Первый стремится, чтобы нашлась вершина, из которой выходили бы три ребра одного цвета. Может ли второй ему помешать?

10. Три наименьших делителя некоторого числа – это 1, k и m . Может ли m быть в 9 раз больше k ?

XI Ижевский командный турнир математиков

2 тур, 15 декабря 2018 г., 5 класс, первая лига

1. Жираф живет в прямоугольном вольере 10×15 м, а длина его шеи составляет 2 метра, поэтому он, вытянув шею, может съесть траву вне вольера. Какова площадь участка, траву на котором который жираф может съесть?

2. Можно ли заменить буквы a, b, c, d, e, f цифрами 1, 2, 3, 4, 5, 6 (цифры нельзя повторять) так, чтобы получился правильный пример $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{e}{f}$?

3. В классе стояла бутылка с водой объемом 12 л, уже неполная. С физкультуры прибежали дети и выпили часть воды так, что её уровень понизился втрое. Затем пришла следующая группа и хотела выпить столько же воды, сколько предыдущая, но воды не хватило, поэтому учительнице пришлось сменить бутылку. После выпивания в новой бутылки осталось $\frac{2}{3}$ от полной бутылки. Сколько воды было изначально?

4. Гриша утверждает, что в клетчатом прямоугольнике 2×5 можно удалить одну клетку и разрезать получившуюся фигуру на две части так, что из них можно составить квадрат. Прав ли он?

5. Путешественник прибыл на остров рыцарей и лжецов и обнаружил, что, кроме них, на острове появились середняки — они чередуют правдивые и ложные высказывания, при этом неизвестно, с какого из них начинают. Путешественник встретил троих жителей острова (А, Б и В) и спросил у каждого, кто двое оставшихся. Он получил следующие ответы:

А: «Б — середняк». «В — рыцарь»

Б: «А — лжец». «В — лжец».

В: «А — лжец». «Б — лжец».

Можно ли по этим ответам определить, кто из них кто?

6. На столе стоят 25 одинаковых коробочек. В одну из коробочек Ваня спрятал монетку, остальные коробочки — пустые. За одну операцию Гриша может указать три любые коробочки, а Ваня скажет, есть ли среди указанных коробочка с монеткой. Может ли Гриша определить коробочку с монеткой за 9 операций? Делать какие-либо другие действия с коробочками запрещено.

7. Однажды в понедельник Петя почитал Коле книгу. Во вторник (но не обязательно этой же недели) Коля передал его Грише, Гриша — Саше, Саша — Ване и так

далее, причем каждый держал у себя книгу вдвое дольше предыдущего. Последний отдал книгу Пете, причем сделал это в понедельник. Какое наименьшее возможное количество человек прочитало книгу?

8. Ученица лица Оксана сказала, что ей в 2018 году исполнилось столько лет, чему равна сумма цифр её года рождения. Возможно ли такое?

9. Аня строит карточные домики (на рисунке показаны домики высотой 1, 2 и 3). Однажды Аня построила домик высотой в 10 этажей, и решила на следующий день построить домик высотой 11 этажей. Сколько карточек ей потребуется добавить?



10. Три наименьших делителя некоторого числа — это 1, k и m . Может ли m быть в 12 раз больше k ?

XI Ижевский командный турнир математиков
2 тур, 15 декабря 2018 г., 5 класс, вторая лига

1. Жираф живет в прямоугольном вольере 10×16 м, а длина его шеи составляет 2 метра, поэтому он, вытянув шею, может съесть траву вне вольера. Докажите, что площадь участка, траву на котором который жираф может съесть, не больше 278 м^2 .

2. Можно ли заменить буквы a, b, c, d, e, f цифрами $1, 2, 3, 4, 5, 6$ (цифры нельзя повторять) так, чтобы получился правильный пример $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{e}{f}$?

3. Средней оценкой называется сумма оценок, поделенная на число человек. На кружке из 9 человек средний балл за олимпиаду был равен 20. Когда олимпиаду написал еще болевший раньше Ваня, то он получил за неё 35 баллов. Чему стал равен средний балл за олимпиаду?

4. Три наименьших делителя некоторого числа – это $1, k$ и m . Может ли m быть в 12 раз больше k ?

5. Путешественник прибыл на остров рыцарей и лжецов и обнаружил, что, кроме них, на острове появились середняки — они чередуют правдивые и ложные высказывания, при этом неизвестно, с какого из них начинают. Путешественник встретил двоих жителей острова (А и В) и спросил у каждого, кто они. Он получил следующие ответы:

А: «Я — середняк». «В — рыцарь»

В: «А — рыцарь». «Я тоже рыцарь». Можно ли по ответам определить, кто из них кто?

6. На столе стоят 25 одинаковых коробочек. В одну из коробочек Ваня спрятал монетку, остальные коробочки — пустые. За одну операцию Гриша может указать три любые коробочки, а Ваня скажет, есть ли среди указанных коробочка с монеткой. Может ли Гриша определить коробочку с монеткой за 8 операций? Делать какие-либо другие действия с коробочками запрещено.

7. Однажды в понедельник Петя почитать Коле книгу. Во вторник (но не обязательно этой же недели) Коля передал его Грише, Гриша — Саше, причем каждый держал у себя книгу вдвое дольше предыдущего. В какой день недели получил книгу Саша?

8. Ученица лицея Оксана в 2018 году исполнилось столько лет, чему равна утроенная сумма цифр её года рождения. Сколько лет Оксане?



XI Ижевский командный турнир математиков
2 тур, 15 декабря 2018 г., 5 класс, вторая лига

1. Жираф живет в прямоугольном вольере 10×16 м, а длина его шеи составляет 2 метра, поэтому он, вытянув шею, может съесть траву вне вольера. Докажите, что площадь участка, траву на котором который жираф может съесть, не больше 278 м^2 .

2. Можно ли заменить буквы a, b, c, d, e, f цифрами $1, 2, 3, 4, 5, 6$ (цифры нельзя повторять) так, чтобы получился правильный пример $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{e}{f}$?

3. Средней оценкой называется сумма оценок, поделенная на число человек. На кружке из 9 человек средний балл за олимпиаду был равен 20. Когда олимпиаду написал еще болевший раньше Ваня, то он получил за неё 35 баллов. Чему стал равен средний балл за олимпиаду?

4. Три наименьших делителя некоторого числа – это $1, k$ и m . Может ли m быть в 12 раз больше k ?

5. Путешественник прибыл на остров рыцарей и лжецов и обнаружил, что, кроме них, на острове появились середняки — они чередуют правдивые и ложные высказывания, при этом неизвестно, с какого из них начинают. Путешественник встретил двоих жителей острова (А и В) и спросил у каждого, кто они. Он получил следующие ответы:

А: «Я — середняк». «В — рыцарь»

В: «А — рыцарь». «Я тоже рыцарь». Можно ли по ответам определить, кто из них кто?

6. На столе стоят 25 одинаковых коробочек. В одну из коробочек Ваня спрятал монетку, остальные коробочки — пустые. За одну операцию Гриша может указать три любые коробочки, а Ваня скажет, есть ли среди указанных коробочка с монеткой. Может ли Гриша определить коробочку с монеткой за 8 операций? Делать какие-либо другие действия с коробочками запрещено.

7. Однажды в понедельник Петя почитать Коле книгу. Во вторник (но не обязательно этой же недели) Коля передал его Грише, Гриша — Саше, причем каждый держал у себя книгу вдвое дольше предыдущего. В какой день недели получил книгу Саша?

8. Ученица лицея Оксана в 2018 году исполнилось столько лет, чему равна утроенная сумма цифр её года рождения. Сколько лет Оксане?



XI Ижевский командный турнир математиков

2 тур, 15 декабря 2018 г., 5 класс, третья лига

1. Жираф живет в прямоугольном вольере 10×16 м, а длина его шеи составляет 2 метра, поэтому он, вытянув шею, может съесть траву вне вольера. Докажите, что площадь участка, траву на котором который жираф может съесть, не больше 280 м^2 .



2. Сестры Рита и Рената должны сделать по 60 пельменей на Новый Год. Пока Рита лепит пять пельменей, Рената успевает сделать только три пельменя. Сколько пельменей останется слепить Ренате, когда Рита закончит работу?

3. Средней оценкой называется сумма оценок, поделенная на число человек. На кружке из 9 человек средний балл за олимпиаду был равен 20. Когда олимпиаду написал еще болевший раньше Ваня, то он получил за неё 35 баллов. Чему стал равен средний балл за олимпиаду?

4. Три наименьших делителя некоторого числа – это 1, k и m , при этом m втрое больше k . Найдите m .

5. Путешественник прибыл на остров рыцарей и лжецов и обнаружил, что, кроме них, на острове появились середняки — они чередуют правдивые и ложные высказывания, при этом неизвестно, с какого из них начинают. Путешественник встретил двоих жителей острова (А и В) и спросил у каждого, кто они. Он получил следующие ответы:

А: «Я — середняк». «В — рыцарь»

В: «А — рыцарь». «Я тоже рыцарь». Можно ли по этим ответам определить, кто из них кто?

6. На столе стоят 25 одинаковых коробочек. В одну из коробочек Ваня спрятал монетку, остальные коробочки — пустые. За одну операцию Гриша может указать три любые коробочки, а Ваня скажет, есть ли среди указанных коробочка с монеткой. Может ли Гриша определить коробочку с монеткой за 8 операций? Делать какие-либо другие действия с коробочками запрещено.

7. Однажды в понедельник Петя почитать Коле книгу. Во вторник (но не обязательно этой же недели) Коля передал его Грише, Гриша — Саше, причем каждый держал у себя книгу вдвое дольше предыдущего. В какой день недели получил книгу Саша?

8. Гриша берет многозначное число, берет два самых старших разряда и пишет вместо них их сумму. Так он делает, пока не получит однозначное число, например, когда он начал с числа 2018, у него получилось $2018 \rightarrow 218 \rightarrow 38 \rightarrow 11 \rightarrow 2$. Теперь он начал с трехзначного числа, в записи которого нет 0, и получил 1. С какого наименьшего числа он мог начать?

XI Ижевский командный турнир математиков

2 тур, 15 декабря 2018 г., 5 класс, третья лига

1. Жираф живет в прямоугольном вольере 10×16 м, а длина его шеи составляет 2 метра, поэтому он, вытянув шею, может съесть траву вне вольера. Докажите, что площадь участка, траву на котором который жираф может съесть, не больше 280 м^2 .

2. Сестры Рита и Рената должны сделать по 60 пельменей на Новый Год. Пока Рита лепит пять пельменей, Рената успевает сделать только три пельменя. Сколько пельменей останется слепить Ренате, когда Рита закончит работу?

3. Средней оценкой называется сумма оценок, поделенная на число человек. На кружке из 9 человек средний балл за олимпиаду был равен 20. Когда олимпиаду написал еще болевший раньше Ваня, то он получил за неё 35 баллов. Чему стал равен средний балл за олимпиаду?

4. Три наименьших делителя некоторого числа – это 1, k и m , при этом m втрое больше k . Найдите m .

5. Путешественник прибыл на остров рыцарей и лжецов и обнаружил, что, кроме них, на острове появились середняки — они чередуют правдивые и ложные высказывания, при этом неизвестно, с какого из них начинают. Путешественник встретил двоих жителей острова (А и В) и спросил у каждого, кто они. Он получил следующие ответы:

А: «Я — середняк». «В — рыцарь»

В: «А — рыцарь». «Я тоже рыцарь». Можно ли по этим ответам определить, кто из них кто?

6. На столе стоят 25 одинаковых коробочек. В одну из коробочек Ваня спрятал монетку, остальные коробочки — пустые. За одну операцию Гриша может указать три любые коробочки, а Ваня скажет, есть ли среди указанных коробочка с монеткой. Может ли Гриша определить коробочку с монеткой за 8 операций? Делать какие-либо другие действия с коробочками запрещено.

7. Однажды в понедельник Петя почитать Коле книгу. Во вторник (но не обязательно этой же недели) Коля передал его Грише, Гриша — Саше, причем каждый держал у себя книгу вдвое дольше предыдущего. В какой день недели получил книгу Саша?

8. Гриша берет многозначное число, берет два самых старших разряда и пишет вместо них их сумму. Так он делает, пока не получит однозначное число, например, когда он начал с числа 2018, у него получилось $2018 \rightarrow 218 \rightarrow 38 \rightarrow 11 \rightarrow 2$. Теперь он начал с трехзначного числа, в записи которого нет 0, и получил 1. С какого наименьшего числа он мог начать?

XI Ижевский командный турнир математиков

2 тур, 15 декабря 2018 г., 6 класс, высшая лига

1. Найдите все пары двузначных чисел (a, b) , $a > b$ таких, что их произведение записывается только одной цифрой.

2. Найдите такие натуральные числа n и m , что $24n^2 = m! - n!$ (напомним, что $n!$ — произведение всех натуральных чисел от 1 до n)

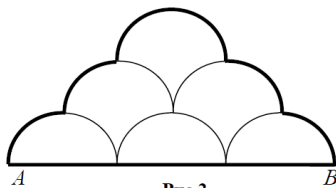
3. Последовательность натуральных чисел называется лесенкой длины n , если она состоит из n последовательных чисел в порядке возрастания (например, 10, 11, 12, 13 — лесенка длины 4), а ступенькой назовем числа. Докажите, что существуют две лесенки длины 10 без общих ступенек, что в них 5 соответствующих друг другу ступенек взаимно просты, а остальные пары имеют НОД, больший 1.



4. На игральном кубике на гранях записаны числа 1, 2, 3, 4, 5, 6 так, что сумма чисел на противоположных гранях была равна 7. Кубик стоит в левой нижней клетке квадрата 10×10 , затем его перекачивают в соседнюю клетку, переворачивая через ребро. В каждой клетке пишется то число, которое было на нижней грани. После 99 перекачиваний были пройдены все клетки. Чему равна наименьшая возможная сумма записанных чисел?

5. В четырех вольерах живут кролики. Фермер перевел из первого вольера $\frac{1}{3}$ часть находившихся там кроликов во второй вольер. На следующий день он перевел из второго вольера $\frac{1}{3}$ часть находившихся там кроликов во третий вольер, затем сделал аналогичную операцию, переведя $\frac{1}{3}$ часть из третьего в четвертый и, наконец, из четвертого в первый. В итоге во всех вольерах стало поровну кроликов. Какое минимальное число кроликов могло жить у фермера?

6. Несколько кругов радиуса 1 разместили с наложением так, как показано на рисунке (снизу круги обрезаются), при этом на рисунке от каждой окружности видна РОВНО половина. Найдите площадь фигуры, ограниченной жирной линией. (Напомним, что площадь круга радиуса 1 равна π)



7. Ученица лица Оксана в 2018 году исполнилось столько лет, чему равна утроенная сумма цифр её года рождения. Как ни странно, но и её бабушке в 2018 году исполнилось столько лет, сколько составляет утроенная сумма цифр года его рождения. Сколько лет было деду, когда родилась Оксана?

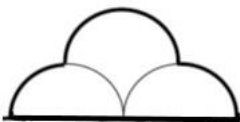
8. На столе стоят 25 одинаковых коробочек. В одну из коробочек Ваня спрятал монетку, остальные коробочки — пустые. За одну операцию Гриша может указать три любые коробочки, а Ваня скажет, есть ли среди указанных коробочка с монеткой. За какое наименьшее количество операций Гриша может наверняка определить коробочку с монеткой? Делать какие-либо другие действия с коробочками запрещено.

9. Андрей, Боря и Витя сделали несколько забегов, причем в каждом забеге прибежавший первым получал 3 очка, вторым — два очка и последний получал одно очко. После нескольких забегов сумма очков у ребят была равна. Известно, что Боря опережал Андрея 17 раз, а Васю — 12 раз. Сколько было забегов?

10. Сколько существует перестановок натуральных чисел от 1 до 10 таких, что если число стоит на месте $2n$ ($n = 1, 2, 3, 4, 5$), то оно меньше числа, стоящего на месте n , а если число стоит на месте $2n+1$ ($n = 1, 2, 3, 4$), то оно меньше числа, стоящего на месте n ?

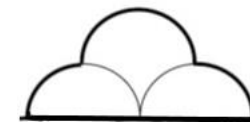
XI Ижевский командный турнир математиков
2 тур, 15 декабря 2018 г., 6 класс, первая лига

1. Три наименьших делителя некоторого числа – это 1, k и m . Может ли m быть в 12 раз больше k ?
2. Найдите цифру, которая стоит в разряде сотен у числа 5^{2018} .
3. Назовем тройкой три последовательные натуральные числа. Докажите, что существуют две тройки, у которых первые числа взаимно просты, а вторые и третьи числа имеют НОД, больший 1.
4. На игральном кубике на гранях записаны числа 1, 2, 3, 4, 5, 6 так, что сумма чисел на противоположных гранях была равна 7. Кубик стоит в левой нижней клетке квадрата 10×10 , его перекатывают в соседнюю клетку через ребро, при этом сначала по нижней строке, потом по второй и т.д. В каждой клетке пишется то число, которое было на нижней грани. После 99 перекачиваний были пройдены все клетки. Чему равна наименьшая возможная сумма записанных чисел?
5. В классе стояла бутылка с водой объемом 12 л, уже неполная. Прибежали дети и выпили часть воды так, что её уровень понизился втрое. Затем пришла следующая группа и хотела выпить столько же воды, сколько предыдущая, но воды не хватило, поэтому учительнице пришлось сменить бутылку. В бутылки осталось $\frac{3}{4}$ от полной бутылки. Сколько воды было?
6. Несколько кругов радиуса 1 разместили с наложением так, как показано на рисунке (снизу круги обрезаны), при этом на рисунке от каждой окружности видна ровно половина. Найдите площадь фигуры, ограниченной жирной линией. (Напомним, что площадь круга радиуса 1 равна π .)
7. Ученица лицея Оксана в 2018 году исполнилось столько лет, чему равна утроенная сумма цифр её года рождения. Как ни странно, но и её дедушке в 2018 году исполнилось столько лет, сколько составляет утроенная сумма цифр года его рождения. Сколько лет было деду, когда родилась Оксана?
8. На столе стоят 25 одинаковых коробочек. В одну из коробочек Ваня спрятал монетку, остальные коробочки – пустые. За одну операцию Гриша может указать три любые коробочки, а Ваня скажет, есть ли среди указанных коробочка с монеткой. За какое наименьшее количество операций Гриша может наверняка определить коробочку с монеткой? Делать какие-либо другие действия с коробочками запрещено.
9. Андрей, Боря и Витя сделали несколько забегов, причем в каждом забеге прибежавший первым получал 3 очка, вторым – два очка и последний получал одно очко. После нескольких забегов сумма очков у ребят была равна. Известно, что Боря опережал Андрея 7 раз, а Васю – ни разу. Сколько было забегов?
10. Сколько существует перестановок натуральных чисел от 1 до 6 таких, что если число стоит на месте $2n$ ($n = 1, 2, 3$), то оно меньше числа, стоящего на месте n , а если число стоит на месте $2n+1$ ($n = 1, 2$), то оно меньше числа, стоящего на месте n ?



XI Ижевский командный турнир математиков
2 тур, 15 декабря 2018 г., 6 класс, первая лига

1. Три наименьших делителя некоторого числа – это 1, k и m . Может ли m быть в 12 раз больше k ?
2. Найдите цифру, которая стоит в разряде сотен у числа 5^{2018} .
3. Назовем тройкой три последовательные натуральные числа. Докажите, что существуют две тройки, у которых первые числа взаимно просты, а вторые и третьи числа имеют НОД, больший 1.
4. На игральном кубике на гранях записаны числа 1, 2, 3, 4, 5, 6 так, что сумма чисел на противоположных гранях была равна 7. Кубик стоит в левой нижней клетке квадрата 10×10 , его перекатывают в соседнюю клетку через ребро, при этом сначала по нижней строке, потом по второй и т.д. В каждой клетке пишется то число, которое было на нижней грани. После 99 перекачиваний были пройдены все клетки. Чему равна наименьшая возможная сумма записанных чисел?
5. В классе стояла бутылка с водой объемом 12 л, уже неполная. Прибежали дети и выпили часть воды так, что её уровень понизился втрое. Затем пришла следующая группа и хотела выпить столько же воды, сколько предыдущая, но воды не хватило, поэтому учительнице пришлось сменить бутылку. В бутылки осталось $\frac{3}{4}$ от полной бутылки. Сколько воды было?
6. Несколько кругов радиуса 1 разместили с наложением так, как показано на рисунке (снизу круги обрезаны), при этом на рисунке от каждой окружности видна ровно половина. Найдите площадь фигуры, ограниченной жирной линией. (Напомним, что площадь круга радиуса 1 равна π .)
7. Ученица лицея Оксана в 2018 году исполнилось столько лет, чему равна утроенная сумма цифр её года рождения. Как ни странно, но и её дедушке в 2018 году исполнилось столько лет, сколько составляет утроенная сумма цифр года его рождения. Сколько лет было деду, когда родилась Оксана?
8. На столе стоят 25 одинаковых коробочек. В одну из коробочек Ваня спрятал монетку, остальные коробочки – пустые. За одну операцию Гриша может указать три любые коробочки, а Ваня скажет, есть ли среди указанных коробочка с монеткой. За какое наименьшее количество операций Гриша может наверняка определить коробочку с монеткой? Делать какие-либо другие действия с коробочками запрещено.
9. Андрей, Боря и Витя сделали несколько забегов, причем в каждом забеге прибежавший первым получал 3 очка, вторым – два очка и последний получал одно очко. После нескольких забегов сумма очков у ребят была равна. Известно, что Боря опережал Андрея 7 раз, а Васю – ни разу. Сколько было забегов?
10. Сколько существует перестановок натуральных чисел от 1 до 6 таких, что если число стоит на месте $2n$ ($n = 1, 2, 3$), то оно меньше числа, стоящего на месте n , а если число стоит на месте $2n+1$ ($n = 1, 2$), то оно меньше числа, стоящего на месте n ?



XI Ижевский командный турнир математиков
2 тур, 15 декабря 2018 г., 6 класс, вторая лига

1. Андрей, Боря и Витя сделали несколько забегов, причем в каждом забеге прибежавший первым получал 3 очка, вторым – два очка и последний получал одно очко. После нескольких забегов сумма очков у ребят была равна. Известно, что Боря опережал Андрея 7 раз, а Васю – ни разу. Сколько было забегов?

2. Сколько существует перестановок натуральных чисел от 1 до 10 таких, что если число стоит на месте $2n$ ($n = 1, 2, 3, 4, 5$), то оно в два раза меньше числа, стоящего на месте n ?

3. Назовем тройкой три последовательные натуральные числа. Докажите, что существуют две тройки, у которых первые числа взаимно просты, а вторые и третьи числа имеют НОД, больший 1.

4. На игровом кубике на гранях записаны числа 1, 2, 3, 4, 5, 6 так, что сумма чисел на противоположных гранях была равна 7. Кубик стоит в левой нижней клетке квадрата 6×6 , затем его перекачивают в соседнюю клетку, переворачивая через ребро, при этом сначала проходится нижняя строчка, потом вторая снизу и т.д. В каждую клетку квадрата отпечатывается то число, которое было на нижней в тот момент грани. После 35 перекачиваний были пройдены все клетки. Чему равна наименьшая возможная сумма записанных чисел?

5. Равносторонний треугольник со стороной 36 покрыт тремя равносторонними треугольниками со сторонами 21 так, как показано на рисунке. Найдите сторону оставшимся непокрытым треугольником.



6. На столе стоят 25 одинаковых коробочек. В одну из коробочек Ваня спрятал монетку, остальные коробочки – пустые. За одну операцию Гриша может указать три любые коробочки, а Ваня скажет, есть ли среди указанных коробочка с монеткой. Сможет ли Гриша найти коробочку с монетой за 9 операций? Делать какие-либо другие действия с коробочками запрещено.

7. Однажды в понедельник Петя почитать Коле книгу. Во вторник (но не обязательно этой же недели) Коля передал его Грише, Гриша – Саше, Саша – Ване и так далее, причем каждый держал у себя книгу вдвое дольше предыдущего. Последний отдал книгу Пете, причем сделал это в понедельник. Какое наименьшее возможное количество человек прочитало книгу?

8. Ученица лицея Оксана в 2018 году исполнилось столько лет, чему равна утроенная сумма цифр её года рождения. Сколько лет Оксане?

XI Ижевский командный турнир математиков
2 тур, 15 декабря 2018 г., 6 класс, вторая лига

1. Андрей, Боря и Витя сделали несколько забегов, причем в каждом забеге прибежавший первым получал 3 очка, вторым – два очка и последний получал одно очко. После нескольких забегов сумма очков у ребят была равна. Известно, что Боря опережал Андрея 7 раз, а Васю – ни разу. Сколько было забегов?

2. Сколько существует перестановок натуральных чисел от 1 до 10 таких, что если число стоит на месте $2n$ ($n = 1, 2, 3, 4, 5$), то оно в два раза меньше числа, стоящего на месте n ?

3. Назовем тройкой три последовательные натуральные числа. Докажите, что существуют две тройки, у которых первые числа взаимно просты, а вторые и третьи числа имеют НОД, больший 1.

4. На игровом кубике на гранях записаны числа 1, 2, 3, 4, 5, 6 так, что сумма чисел на противоположных гранях была равна 7. Кубик стоит в левой нижней клетке квадрата 6×6 , затем его перекачивают в соседнюю клетку, переворачивая через ребро, при этом сначала проходится нижняя строчка, потом вторая снизу и т.д. В каждую клетку квадрата отпечатывается то число, которое было на нижней в тот момент грани. После 35 перекачиваний были пройдены все клетки. Чему равна наименьшая возможная сумма записанных чисел?

5. Равносторонний треугольник со стороной 36 покрыт тремя равносторонними треугольниками со сторонами 21 так, как показано на рисунке. Найдите сторону оставшимся непокрытым треугольником.



6. На столе стоят 25 одинаковых коробочек. В одну из коробочек Ваня спрятал монетку, остальные коробочки – пустые. За одну операцию Гриша может указать три любые коробочки, а Ваня скажет, есть ли среди указанных коробочка с монеткой. Сможет ли Гриша найти коробочку с монетой за 9 операций? Делать какие-либо другие действия с коробочками запрещено.

7. Однажды в понедельник Петя почитать Коле книгу. Во вторник (но не обязательно этой же недели) Коля передал его Грише, Гриша – Саше, Саша – Ване и так далее, причем каждый держал у себя книгу вдвое дольше предыдущего. Последний отдал книгу Пете, причем сделал это в понедельник. Какое наименьшее возможное количество человек прочитало книгу?

8. Ученица лицея Оксана в 2018 году исполнилось столько лет, чему равна утроенная сумма цифр её года рождения. Сколько лет Оксане?