

Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

18 апреля 2018 года

Вариант МА10511

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

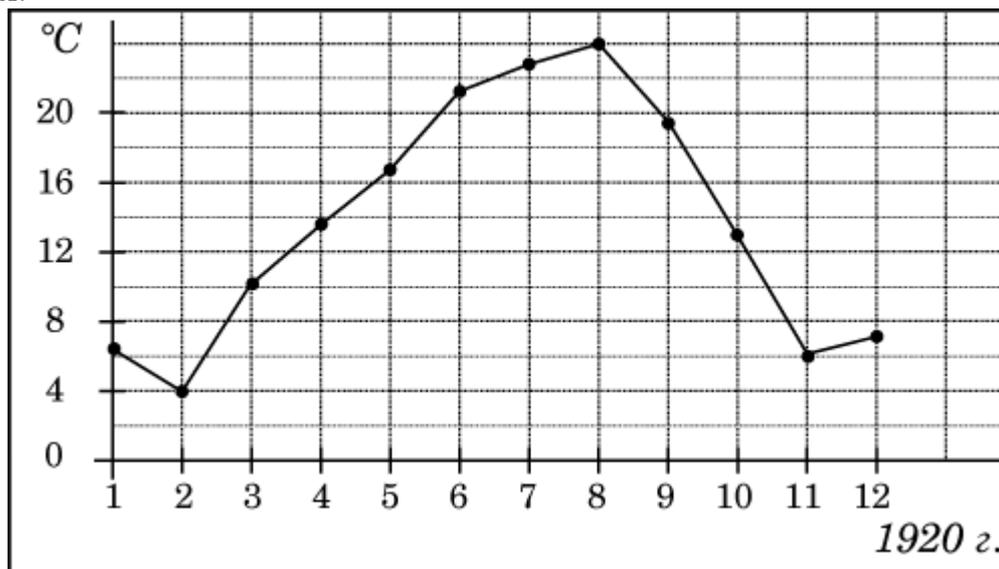
Часть 1

Ответом к каждому из заданий 1–12 является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

- 1 Цена на электрический чайник была повышена на 21 % и составила 3025 рублей. Сколько рублей стоил чайник до повышения цены?

Ответ: _____.

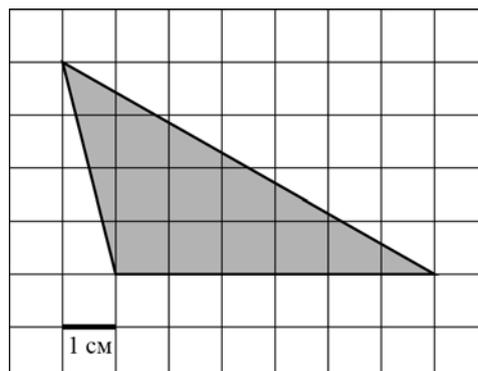
- 2 На рисунке жирными точками показана среднемесячная температура воздуха в Сочи за каждый месяц 1920 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Для наглядности жирные точки соединены линией. Определите по рисунку, какой была наибольшая среднемесячная температура в Сочи в 1920 году. Ответ дайте в градусах Цельсия.



Ответ: _____.

- 3 На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён треугольник. Найдите его площадь.

Ответ: _____.



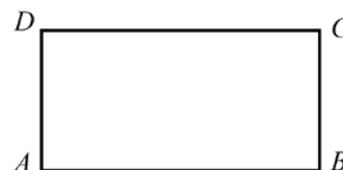
- 4 Перед началом футбольного матча судья бросает монетку, чтобы определить, какая из команд начнёт игру с мячом. Команда «Геолог» играет три матча с разными командами. Найдите вероятность того, что в этих играх «Геолог» выиграет жребий ровно два раза.

Ответ: _____.

- 5 Решите уравнение $\frac{6}{x^2 - 19} = 1$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший из корней.

Ответ: _____.

- 6 Найдите площадь прямоугольника, если его периметр равен 60, а отношение соседних сторон равно 4:11.

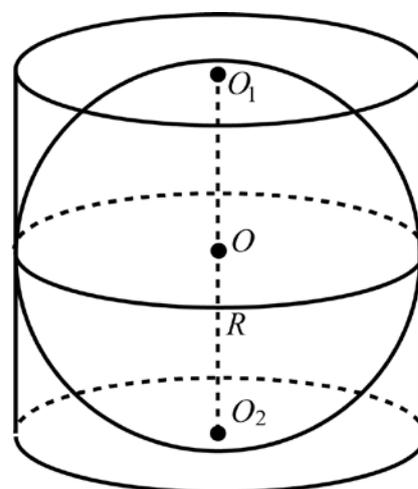


Ответ: _____.

- 7 Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = \frac{1}{6}t^3 - t^2 + 16$, где x — расстояние от точки отсчёта в метрах, t — время в секундах, измеренное с начала движения. В какой момент времени (в секундах) её скорость была равна 96 м/с?

Ответ: _____.

- 8 Шар вписан в цилиндр. Площадь полной поверхности цилиндра равна 81. Найдите площадь поверхности шара.



Ответ: _____.

Часть 2

9 Найдите значение выражения $36\sqrt{6} \cos \frac{\pi}{4} \cos \frac{11\pi}{6}$.

Ответ: _____.

10 Автомобиль разгоняется на прямолинейном участке шоссе с постоянным ускорением $a = 9000 \text{ км/ч}^2$. Скорость v (в км/ч) вычисляется по формуле $v = \sqrt{2la}$, где l — пройденный автомобилем путь (в км). Найдите, сколько километров проедет автомобиль к моменту, когда он разгонится до скорости 120 км/ч.

Ответ: _____.

11 Смешали 3 литра 35-процентного водного раствора некоторого вещества с 6 литрами 5-процентного водного раствора этого же вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

Ответ: _____.

12 Найдите наибольшее значение функции $y = 17 + 27x - 2x^{\frac{3}{2}}$ на отрезке $[1; 99]$.

Ответ: _____.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 13** а) Решите уравнение $2^{\sin^2 x} + 2^{\cos^2 x} = 3$.
б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right]$.

- 14** Дана правильная четырёхугольная пирамида $МАВСD$, все рёбра которой равны 12. Точка N — середина бокового ребра $МА$, точка K делит боковое ребро $МВ$ в отношении 2:1, считая от вершины M .
а) Докажите, что сечение пирамиды плоскостью, проходящей через точки N и K параллельно прямой AD , является равнобедренной трапецией.
б) Найдите площадь этого сечения.

- 15** Решите неравенство $2^{\lg(x^2-4)} \geq (x+2)^{\lg 2}$.

- 16** Медианы AA_1 , BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Известно, что $AC = 3MB$.
а) Докажите, что треугольник ABC прямоугольный.
б) Найдите сумму квадратов медиан AA_1 и CC_1 , если известно, что $AC = 12$.

- 17** В июле планируется взять кредит на сумму 1 342 000 рублей. Условия его возврата таковы:
— каждый январь долг возрастает на 20 % по сравнению с концом предыдущего года;
— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить некоторую часть долга.
На сколько рублей больше придётся отдать в случае, если кредит будет полностью погашен четырьмя равными платежами (то есть за 4 года), по сравнению со случаем, если кредит будет полностью погашен двумя равными платежами (то есть за 2 года)?

18 Найдите все значения a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} (a-1)x^2 + 2ax + a + 4 \leq 0, \\ ax^2 + 2(a+1)x + a + 1 \geq 0 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

19 Пусть q — наименьшее общее кратное, а d — наибольший общий делитель натуральных чисел x и y , удовлетворяющих равенству $7x = 16y - 73$.

а) Может ли $\frac{q}{d}$ быть равным 204?

б) Может ли $\frac{q}{d}$ быть равным 2?

в) Найдите наименьшее значение $\frac{q}{d}$.

Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

18 апреля 2018 года

Вариант МА10512

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

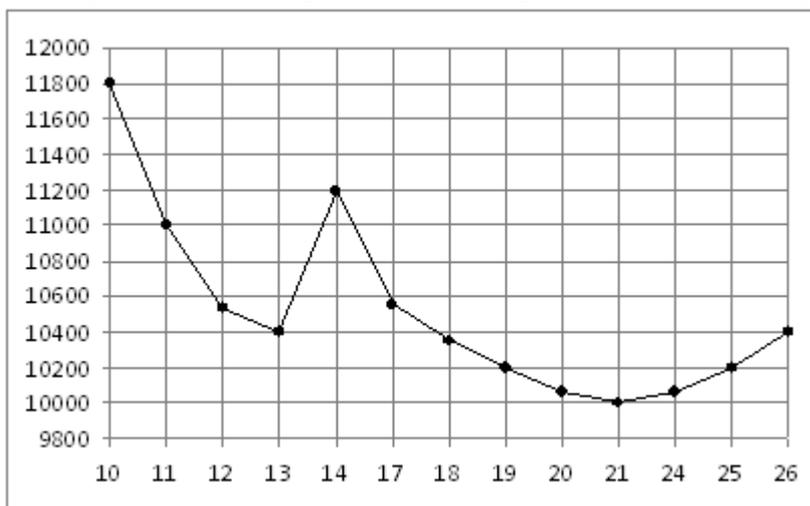
Часть 1

Ответом к каждому из заданий 1–12 является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

- 1** Цена на электрический чайник была повышена на 23 % и составила 1845 рублей. Сколько рублей стоил чайник до повышения цены?

Ответ: _____.

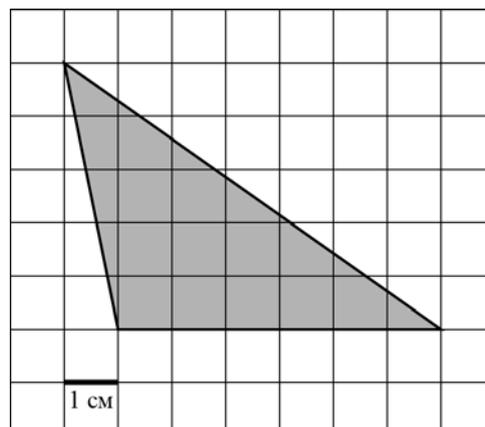
- 2** На рисунке жирными точками показана цена никеля на момент закрытия биржевых торгов во все рабочие дни с 10 по 26 ноября 2008 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена тонны никеля в долларах США. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку наибольшую цену никеля на момент закрытия торгов в указанный период (в долларах США за тонну).



Ответ: _____.

- 3** На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён треугольник. Найдите его площадь.

Ответ: _____.



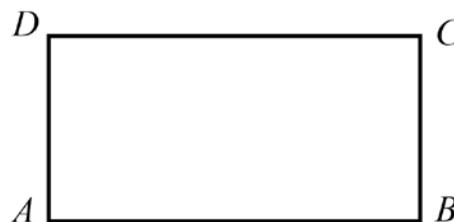
- 4 Перед началом футбольного матча судья бросает монетку, чтобы определить, какая из команд начнёт игру с мячом. Команда «Биолог» играет три матча с разными командами. Найдите вероятность того, что в этих играх «Биолог» выиграет жребий ровно один раз.

Ответ: _____.

- 5 Решите уравнение $\frac{8}{x^2 - 8} = 1$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите больший из корней.

Ответ: _____.

- 6 Найдите площадь прямоугольника, если его периметр равен 92, а отношение соседних сторон равно 3:20.

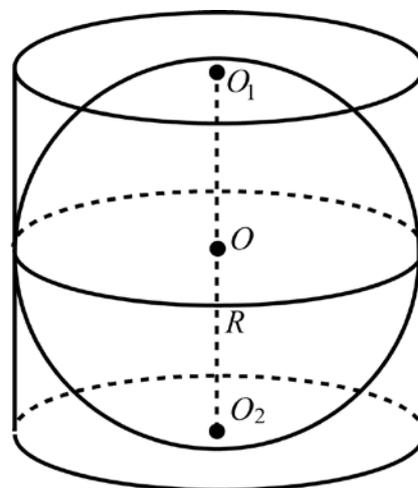


Ответ: _____.

- 7 Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = \frac{1}{6}t^3 + t^2 - 8t - 18$, где x — расстояние от точки отсчёта в метрах, t — время в секундах, измеренное с начала движения. В какой момент времени (в секундах) её скорость была равна 40 м/с?

Ответ: _____.

- 8 Шар вписан в цилиндр. Площадь полной поверхности цилиндра равна 54. Найдите площадь поверхности шара.



Ответ: _____.

Часть 2

9 Найдите значение выражения $46\sqrt{6} \cos \frac{\pi}{6} \cos \frac{7\pi}{4}$.

Ответ: _____.

10 Автомобиль разгоняется на прямолинейном участке шоссе с постоянным ускорением $a = 4500 \text{ км/ч}^2$. Скорость v (в км/ч) вычисляется по формуле $v = \sqrt{2la}$, где l — пройденный автомобилем путь (в км). Найдите, сколько километров проедет автомобиль к моменту, когда он разгонится до скорости 90 км/ч.

Ответ: _____.

11 Смешали 4 литра 20-процентного водного раствора некоторого вещества с 6 литрами 40-процентного водного раствора этого же вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

Ответ: _____.

12 Найдите наибольшее значение функции $y = 10 + 21x - 2x^{\frac{3}{2}}$ на отрезке $[4; 148]$.

Ответ: _____.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 13** а) Решите уравнение $3^{\sin^2 x} + 3^{\cos^2 x} = 4$.
б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-2\pi; -\frac{\pi}{2}\right]$.
- 14** Дана правильная четырёхугольная пирамида $МАВСD$, все рёбра которой равны 6. Точка N — середина бокового ребра $МА$, точка K делит боковое ребро $МВ$ в отношении 5:1, считая от вершины M .
а) Докажите, что сечение пирамиды плоскостью, проходящей через точки N и K параллельно прямой AD , является равнобедренной трапецией.
б) Найдите площадь этого сечения.
- 15** Решите неравенство $3^{\lg(x^2-1)} \geq (x+1)^{\lg 3}$.
- 16** Медианы AA_1 , BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Известно, что $AC = 3MB$.
а) Докажите, что треугольник ABC прямоугольный.
б) Найдите сумму квадратов медиан AA_1 и CC_1 , если известно, что $AC = 10$.
- 17** В июле планируется взять кредит на сумму 2 320 500 рублей. Условия его возврата таковы:
— каждый январь долг возрастает на 10 % по сравнению с концом предыдущего года;
— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить некоторую часть долга.
На сколько рублей больше придётся отдать в случае, если кредит будет полностью погашен четырьмя равными платежами (то есть за 4 года), по сравнению со случаем, если кредит будет полностью погашен двумя равными платежами (то есть за 2 года)?

18 Найдите все значения a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} ax^2 - 2(a+1)x + a + 5 \leq 0, \\ (a+1)x^2 - 2(a+2)x + a + 2 \geq 0 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

19 Пусть q — наименьшее общее кратное, а d — наибольший общий делитель натуральных чисел x и y , удовлетворяющих равенству $3x = 8y - 29$.

а) Может ли $\frac{q}{d}$ быть равным 170?

б) Может ли $\frac{q}{d}$ быть равным 2?

в) Найдите наименьшее значение $\frac{q}{d}$.