

## Диагностическая работа №3 по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

24 января 2019 года

Вариант МА10311

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО \_\_\_\_\_ класс \_\_\_\_\_

### Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

*Желаем успеха!*

### **ВНИМАНИЕ!**

**24 января с 15-00 на портале Яндекс.Репетитор (<https://yandex.ru/tutor/>) в режиме онлайн будет предоставлен доступ ко всем вариантам данной диагностической работы.**

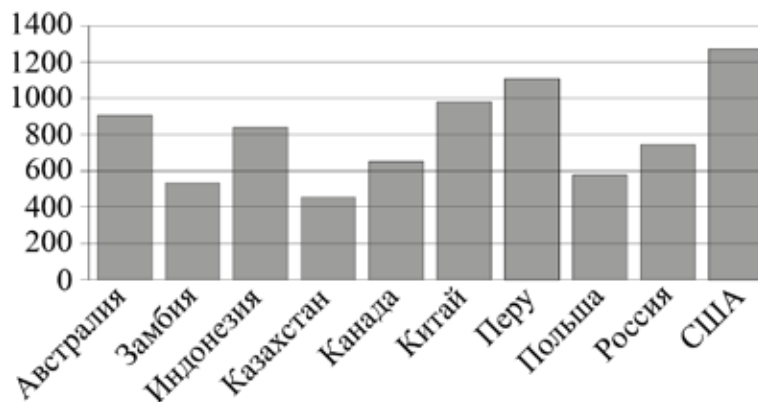
## Часть 1

**Ответом к каждому из заданий 1–12 является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.**

- 1** Диагональ экрана телевизора равна 60 дюймам. Выразите диагональ экрана в сантиметрах. Считайте, что 1 дюйм равен 2,54 см. Результат округлите до целого числа сантиметров.

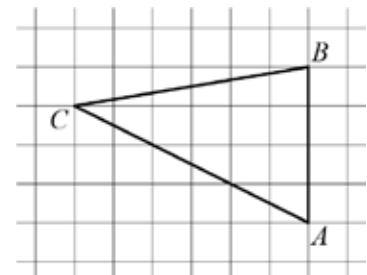
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2** На диаграмме показано распределение выплавки меди (в тысячах тонн) в 10 странах мира в 2006 году. Среди представленных стран первое место по выплавке меди занимали США, десятое место — Казахстан. Какое место занимал Китай?



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3** На клетчатой бумаге с размером клетки 1'1 изображён треугольник  $ABC$ . Найдите длину его высоты, опущенной на сторону  $AB$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

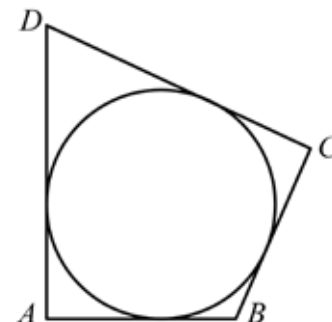
- 4** Механические часы с двенадцатичасовым циферблатом в какой-то момент остановились. Найдите вероятность того, что часовая стрелка остановилась, достигнув отметки 3, но не дойдя до отметки 6.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**5** Решите уравнение  $\frac{1}{13}x^2 = 1\frac{3}{13}$ . Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший из корней.

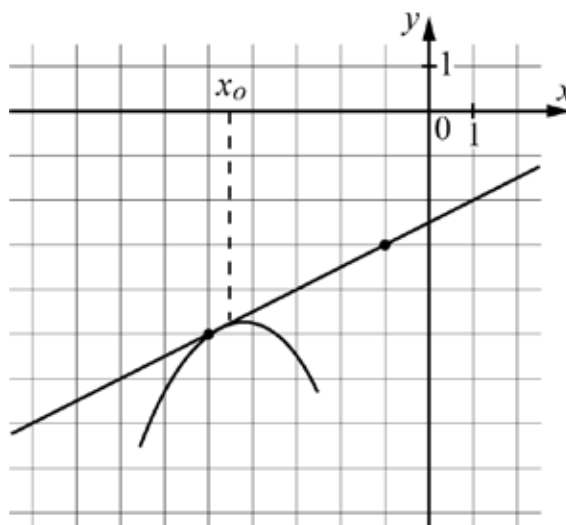
Ответ: \_\_\_\_\_.

**6** В четырёхугольник  $ABCD$  вписана окружность,  $AB = 12$ ,  $BC = 15$  и  $CD = 19$ . Найдите сторону  $AD$ .



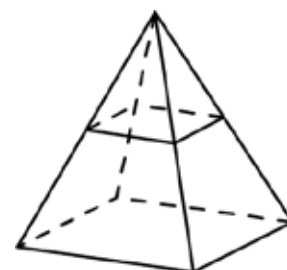
Ответ: \_\_\_\_\_.

**7** На рисунке изображены график функции  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

**8** В правильной четырёхугольной пирамиде все рёбра равны 100. Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью, проходящей через середины боковых рёбер.



Ответ: \_\_\_\_\_.

**Часть 2**

**9** Найдите значение выражения  $\log_a(a^3b^8)$ , если  $\log_a b = -10$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**10** Груз колеблется на пружине. Его скорость  $n$  меняется по закону  $n = n_0 \cos \frac{2\pi t}{T}$  (в м/с), где  $t$  — время с момента начала колебаний (в с),  $T = 2$  с — период колебаний,  $n_0 = 1,5$  м/с. Кинетическая энергия  $E$  груза массой  $m$  (в кг) равна  $E = \frac{mn^2}{2}$  (в Дж), где  $n$  — скорость груза (в м/с). Найдите кинетическую энергию груза в момент времени  $t = 2$  секунды после начала колебаний, если масса груза равна 0,16 кг. Ответ дайте в джоулях.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**11** Каждый из двух рабочих одинаковой квалификации может выполнить заказ за 12 часов. Через 4 часа после того, как первый приступил к выполнению заказа, к нему присоединился второй рабочий, и работу над заказом они довели до конца уже вместе. Сколько всего часов работал первый рабочий?

Ответ: \_\_\_\_\_.

**12** Найдите точку минимума функции  $y = \frac{1}{3}x\sqrt{x} - 3x + 59$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

*Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.*

**13** а) Решите уравнение  $\cos^2 \frac{x}{2} - \sin^2 \frac{x}{2} = \cos 2x$ .

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[ \frac{3\pi}{2}; 0 \right]$ .

**14** Дан прямой круговой цилиндр высотой 9 и радиусом 2. В одном из оснований проведена хорда  $AB$ , равная радиусу основания, а в другом основании проведён диаметр  $CD$ , перпендикулярный прямой  $AB$ . Построено сечение цилиндра плоскостью  $ABNM$ , перпендикулярной прямой  $CD$ , причём точка  $C$  и центр основания цилиндра, содержащего отрезок  $CD$ , лежат по одну сторону от плоскости сечения.

а) Докажите, что диагонали четырёхугольника  $ABNM$  равны.

б) Найдите объём пирамиды  $CABNM$ .

**15** Решите неравенство

$$\log_2(x+1)^2 \times \log_{\frac{1}{3}} x^2 - 4\log_2(x+1) + 4\log_3(-x) + 4 \leq 0.$$

**16** Прямая, проходящая через вершину  $B$  прямоугольника  $ABCD$  перпендикулярно диагонали  $AC$ , пересекает сторону  $AD$  в точке  $M$ , равноудалённой от вершин  $B$  и  $D$ .

а) Докажите, что  $\angle ABM = 30^\circ$ .

б) Найдите расстояние от центра прямоугольника до прямой  $CM$ , если  $BC = 9$ .

**17** По вкладу «А» банк в течение трёх лет в конце каждого года увеличивает на 12 % сумму, имеющуюся на вкладе, а по вкладу «Б» увеличивает эту сумму на 14 % в течение каждого из первых двух лет. Какое наименьшее целое число процентов должен начислить банк по вкладу «Б» за третий год, чтобы вклад «Б» оказался выгоднее вклада «А»?

**18** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{x^4 - 4x^2 + 9a^2} = x^2 + 2x - 3a$$

имеет ровно 3 корня.

**19** У Вовы есть набор из  $n$  грузиков попарно различных натуральных масс в граммах и чашечные весы, которые находятся в равновесии, если на каждой из двух их чаш лежат грузики с одинаковыми суммарными массами. Известно, что, какие бы два из них ни положили на одну чашу весов, всегда можно положить на другую чашу один или несколько из оставшихся грузиков так, что весы уравновесятся.

а) Может ли у Вовы быть ровно 6 грузиков, среди которых есть грузик массой 5 г?

б) Может ли у Вовы быть ровно 5 грузиков?

в) Известно, что среди грузиков Вовы есть грузик массой 1 г. Какую наименьшую массу может иметь самый тяжёлый грузик Вовы?

## Диагностическая работа №3 по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

24 января 2019 года

Вариант МА10312

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО \_\_\_\_\_ класс \_\_\_\_\_

### Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

*Желаем успеха!*

### **ВНИМАНИЕ!**

**24 января с 15-00 на портале Яндекс.Репетитор (<https://yandex.ru/tutor/>) в режиме онлайн будет предоставлен доступ ко всем вариантам данной диагностической работы.**

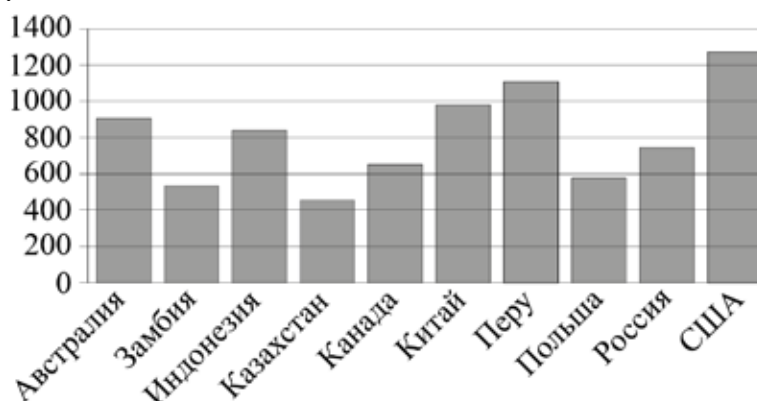
## Часть 1

*Ответом к каждому из заданий 1–12 является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.*

- 1** Диагональ экрана телевизора равна 40 дюймам. Выразите диагональ экрана в сантиметрах. Считайте, что 1 дюйм равен 2,54 см. Результат округлите до целого числа сантиметров.

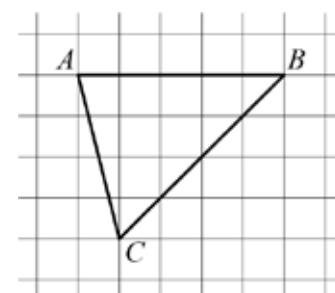
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2** На диаграмме показано распределение выплавки меди (в тысячах тонн) в 10 странах мира в 2006 году. Среди представленных стран первое место по выплавке меди занимали США, десятое место — Казахстан. Какое место занимало Перу?



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3** На клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \times 1$  изображён треугольник  $ABC$ . Найдите длину его высоты, опущенной на сторону  $AB$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 4** Механические часы с двенадцатичасовым циферблатом в какой-то момент остановились. Найдите вероятность того, что часовая стрелка остановилась, достигнув отметки 2, но не дойдя до отметки 5.

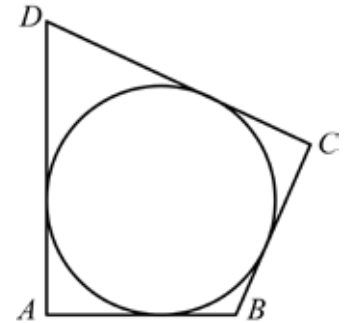
Ответ: \_\_\_\_\_.



**5** Решите уравнение  $\frac{1}{3}x^2 = 16\frac{1}{3}$ . Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший из корней.

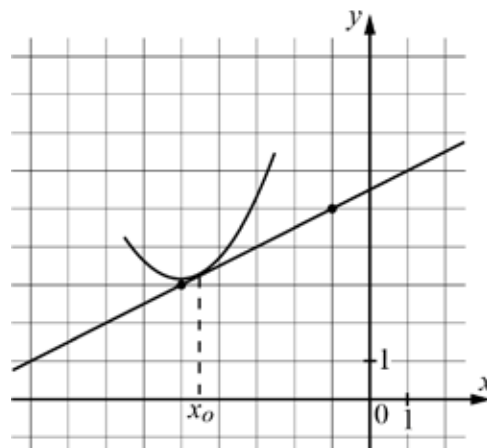
Ответ: \_\_\_\_\_.

**6** В четырёхугольник  $ABCD$  вписана окружность,  $AB = 18$ ,  $BC = 14$  и  $CD = 25$ . Найдите сторону  $AD$ .



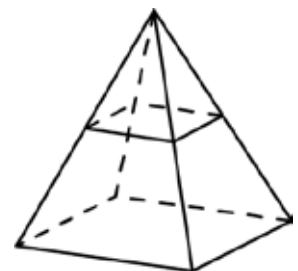
Ответ: \_\_\_\_\_.

**7** На рисунке изображены график функции  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

**8** В правильной четырёхугольной пирамиде все рёбра равны 70. Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью, проходящей через середины боковых рёбер.



Ответ: \_\_\_\_\_.

**Часть 2**

**9** Найдите значение выражения  $\log_a(a^2b^9)$ , если  $\log_a b = -4$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**10** Груз колеблется на пружине. Его скорость  $v$  меняется по закону  $v = v_0 \cos \frac{2\pi t}{T}$  (в м/с), где  $t$  — время с момента начала колебаний (в с),  $T = 2$  с — период колебаний,  $v_0 = 0,5$  м/с. Кинетическая энергия  $E$  груза массой  $m$  (в кг) равна  $E = \frac{mv^2}{2}$  (в Дж), где  $v$  — скорость груза (в м/с). Найдите кинетическую энергию груза в момент времени  $t = 4$  секунды после начала колебаний, если масса груза равна 0,4 кг. Ответ дайте в джоулях.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**11** Каждый из двух рабочих одинаковой квалификации может выполнить заказ за 8 часов. Через 2 часа после того, как первый приступил к выполнению заказа, к нему присоединился второй рабочий, и работу над заказом они довели до конца уже вместе. Сколько всего часов работал первый рабочий?

Ответ: \_\_\_\_\_.

**12** Найдите точку минимума функции  $y = \frac{4}{3}x\sqrt{x} - 10x + 6$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

*Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.*

13 а) Решите уравнение  $\sin^2 \frac{x}{2} - \cos^2 \frac{x}{2} = \cos 2x$ .

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[\frac{3\pi}{8}; 3\pi\right]$ .

14 Дан прямой круговой цилиндр высотой 3 и радиусом 8. В одном из оснований проведена хорда  $AB$ , равная радиусу основания, а в другом основании проведён диаметр  $CD$ , перпендикулярный прямой  $AB$ . Построено сечение цилиндра плоскостью  $ABNM$ , перпендикулярной прямой  $CD$ , причём точка  $C$  и центр основания цилиндра, содержащего отрезок  $CD$ , лежат по одну сторону от плоскости сечения.

а) Докажите, что диагонали четырёхугольника  $ABNM$  равны.

б) Найдите объём пирамиды  $CABNM$ .

15 Решите неравенство

$$\log_5(x+2)^2 \times \log_{\frac{1}{2}} x^2 - 4\log_5(x+2) + 4\log_2(-x) + 4 \leq 0.$$

16 Прямая, проходящая через вершину  $B$  прямоугольника  $ABCD$  перпендикулярно диагонали  $AC$ , пересекает сторону  $AD$  в точке  $M$ , равноудалённой от вершин  $B$  и  $D$ .

а) Докажите, что  $\angle ABM = 30^\circ$ .

б) Найдите расстояние от центра прямоугольника до прямой  $CM$ , если  $BC = 6\sqrt{21}$ .

17 По вкладу «А» банк в течение трёх лет в конце каждого года увеличивает на 12 % сумму, имеющуюся на вкладе, а по вкладу «Б» увеличивает эту сумму на 13 % в течение каждого из первых двух лет. Какое наименьшее целое число процентов должен начислить банк по вкладу «Б» за третий год, чтобы вклад «Б» оказался выгоднее вклада «А»?

**18** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{x^4 - 16x^2 + 64a^2} = x^2 + 4x - 8a$$

имеет ровно 3 корня.

**19** У Вовы есть набор из  $n$  грузиков попарно различных натуральных масс в граммах и чашечные весы, которые находятся в равновесии, если на каждой из двух их чаш лежат грузики с одинаковыми суммарными массами. Известно, что, какие бы два из них ни положили на одну чашу весов, всегда можно положить на другую чашу один или несколько из оставшихся грузиков так, что весы уравновесятся.

а) Может ли у Вовы быть ровно 6 грузиков, среди которых есть грузик массой 7 г?

б) Может ли у Вовы быть ровно 5 грузиков?

в) Известно, что среди грузиков Вовы самый лёгкий грузик имеет массу 2 г. Какую наименьшую массу может иметь самый тяжёлый грузик Вовы?